Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

CURSO DE NIVELACIÓN DE FÍSICA
GUIA TEÓRICO-PRÁCTICA
PARTE I: NOTACIÓN CIENTÍFICA-PASAJE DE UNIDADES

DESARROLLO CONCEPTUAL

NOTACION CIENTIFICA

En las ciencias es común que se trabaje con números muy grandes o muy chicos. Por ejemplo:
masa de la tierra = 5 980 000 000 000 000 000 000 000 kg
masa del electrón = 0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 911 kg
número de Avogadro = 602 000 000 000 000 000 000 000 partículas/mol
velocidad de la luz = 299 790 000 m/s
longitud de una célula típica = 0,000 050 m
longitud de onda de la luz amarilla = 0,000 000 589 m

Para trabajar con ellas sin dificultades, se pueden agrupar las cifras en forma más compacta, expresando los lugares decimales como potencias de diez. Este modo de expresar los números se llama notación científica. Los números anteriores se expresan así en notación científica:
masa de la tierra = $5{,}98\ 10^{24}$ kg
masa del electrón = $9{,}11\ 10^{-31}$ kg
número de Avogadro = $6{,}02\ 10^{23}$ partículas/mol
velocidad de la luz = $2{,}9979\ 10^{8}$ m/s
longitud de una célula típica = $5\ 10^{-5}$ m
longitud de onda de la luz amarilla = $5{,}89\ 10^{-7}$ m

Lo que se hizo fue lo siguiente: a) caso de números grandes; se corrió la coma decimal (que se encuentra después del último dígito y, como es habitual, está omitida) hacia la izquierda hasta que solo aparezca un dígito a la izquierda de la coma. Se contó el número de lugares que se desplazó la coma y este valor es el exponente de la potencia de diez correspondiente.
b) caso de números pequeños; se corrió la coma hacia la derecha hasta que apareciera un dígito a la izquierda de la coma. Se contó el número de lugares desplazados y esta cifra dio el valor del exponente de la potencia de diez.

Suma y resta
Los números expresados en notación científica se pueden sumar y restar directamente si tienen el mismo exponente en la potencia de diez. En este caso, se suman o restan los coeficientes manteniendo el mismo exponente. P. ej.:

$3{,}2\ 10^{12} + 4{,}9\ 10^{12} = 8{,}1\ 10^{12}$
$8{,}9\ 10^{-10} - 2{,}7\ 10^{-10} = 7{,}2\ 10^{-10}$

Si los exponentes de las potencias de diez no son iguales, deben igualarse antes de realizar la operación. P.ej.:

$4\ 10^{6} + 3\ 10^{8} = 0{,}04\ 10^{8} + 3\ 10^{8} = 3{,}04\ 10^{8}$
$5\ 10^{-7} – 4\ 10^{-8} = 5\ 10^{-7} - 0{,}4\ 10^{-7} = 4{,}6\ 10^{-7}$
$3{,}2\ 10^{-7} - 5{,}9\ 10^{-5} = 0{,}032\ 10^{-5} - 5{,}9\ 10^{-5} = -5{,}868\ 10^{-5}$

Multiplicación y división

Los números en notación científica se pueden multiplicar y dividir aun cuando no tengan el mismo exponente en la potencia de diez. Primero se multiplican o dividen los números que anteceden a la potencia de diez y luego se opera con las potencias de diez (potencias de igual base; se suman o restan los exponentes). P. ej.:

$1,6\ 10^{-7}\quad 7,5\ 10^{-6} = 12\ 10^{-13} = 1,2\ 10^{-12}$

$8\ 10^{-2} / 2\ 10^{-7} = 4\ 10^{5}$

$9\ 10^{-7}\quad 6\ 10^{5} / 2\ 10^{-2} = 27\ 10^{-0} = 27$

Potencia de potencia

Al elevar una potencia a un exponente dado se obtiene otra potencia de la misma base cuyo exponente es el producto de los exponentes dados. Ej:

$(10^{4})^{3} = 10^{12}$; $(10^{-2})^{5} = 10^{-10}$; $(4\ 10^{-5})^{4} = 4^{4}\ 10^{-20}$; $\sqrt{10^{3}} = (10^{3})^{1/2} = 10^{3/2}$

Las calculadoras científicas poseen, habitualmente, una forma de introducir números en notación científica, lo que permite realizar los cálculos directamente. Esto es posible debido a que las operaciones mencionadas anteriormente han sido programadas por profesionales en los circuitos integrados. La tecla que permite ingresar al cálculo en notación científica se indica, generalmente, con EXP. Cuando los números son grandes o pequeños la calculadora está programada para expresar los resultados en notación científica.

Es habitual observar que los Alumnos, al introducir en la calculadora una potencia de 10, cometen el siguiente error: por ejemplo quieren introducir 10^{4}, ponen 10 y presionan la tecla EXP. A continuación, agregan el exponente (4 en este caso). Lo que han hecho es introducir el número $10\ 10^{4} = 10^{5}$.¿ Como proceder? presionar directamente la tecla EXP. (incorpora la base 10) y luego introducir el exponente.

Prefijos para algunas de las potencias de 10

Múltiplo	Prefijo	Abreviatura	Múltiplo	Prefijo	Abreviatura
10^{12}	tera	**T**	10^{-1}	deci	**d**
10^{9}	giga	**G**	10^{-2}	centi	**c**
10^{6}	mega	**M**	10^{-3}	mili	**m**
10^{3}	kilo	**k**	10^{-6}	micro	**μ**
10^{2}	hecto	**h**	10^{-9}	nano	**n**
10	deca	**da**	10^{-12}	pico	**p**

EJERCITACION

a)Escribir en notación científica los siguientes números:

1) 1000 =	2) 10000 =	3) 10000000 =
4) 0,1 =	5) 0,0001 =	6) 2000 =
7) 240000 =	8) 0,004 =	9) 234 =

10) 0,00444 = 11) 1 = 12) 0,0003 =

13) - 23 = 14) - 0,0000045 = 15) 289,678 =
16) 12,22 = 17) 0,2 = 18) - 0,1 =
19) 0,03004 = 20) 1,0005 =

b) Realizar las siguientes operaciones (expresar el resultado como potencia):

1) $a^b \cdot a^d$ = 2) c^d / c^r =
3) $(a^b)^d$ = 4) $a^b + a^b$ =
5) $\sqrt[n]{a}$ = 6) 1/ a =
7) $c\,(c^s + c^d)$ = 8) $(m^s + m^r)/m^a$ =
9) $a^b\, 1/a^c$ = 10) $z^a\, z^b\, z^{-e}$ =
11) $w^{-t}\, w^{-a}\, w$ = 12) $w^{-a}\, w^{-a} / w^a$ =
13) $a^e\, a^e\, a^a$ = 14) $x^{-1}\, x^a$ =
15) $(z^a\, z^e)^b\, z^{-b}$ =

c) Idem al ejercicio anterior:

1) $10\; 10^3$ = 2) $3\; 10^4 / 10^2$ =
3) $(2^3)^5$ = 4) $(4^4)^{-2}$ =
5) $10^4 + 10^3$ = 6) $10^4 + 10^4$ =

7) $\sqrt{8}$ = 9) $10\,(10^3 + 10^5)$ =
10) $10^2\; 10^3\; 10^{-4}$ = 11) 3 10 +44 =
12) $123\; 10^2 + 23{,}4$ = 13) $12\; 10^5 / 3000$ =
14) 0,0003 /3 = 15) $34\; 10^5\;\; 2\; 10^{-3}$ =
16) $21\; 10^{-3}\;\; 2\; 10^{-3}$ = 17) $21\; 10^{-3}\;\; 2\; 10^3$ =
18) $(2\; 10^4\;\; 2\;\; 10^{-3})^{-2}$ = 19) $(0{,}0003\; 10^3 + 2\; 10^{-1})^{-3}$ =
20) $(2\; 10^{55}\; 4\; 10^{33} / 2\; 10^{22})$ = 21) $(4^{1/5})^3$ =
22) $(234^{-2/3})^{-1/2}$ =

---

d) Utilizando los prefijos colocar la potencia correspondiente:

1) 1 cm = m 2) 1 mm = m 3) 1cm = dm

4) 1m = km 5) 1μm = m 6) 1 km = m
7) 1 km = hm 8) 1mm = μm 9) 1 nm = μm
10) 1 m = μm 11) 1 Mm= km 12) 1km = cm
13) 1dm = hm 14) 1Gs = ms 15) 1 kg = cg

Unidades de superficie: ejemplos

$1\ m^2 = (10^2\ cm)^2 = 10^4\ cm^2$
$1\ cm^2 = (10^{-2}\ m)^2 = 10^{-4}\ m^2$
$1\ km^2 = (10^3\ m)^2 = 10^6\ m^2$
$1\ mm^2 = (10^{-3}\ m)^2 = 10^{-6}\ m^2$

e) Utilizando los prefijos colocar las potencias correspondientes:

1) 2,3 m^2 =	dm^2	2) 0,45 mm^2 =	μm^2
3) 1,2 cm^2 =	mm^2	4) 2 m^2 =	dam^2
5) 4400 μm^2 =	mm^2	6) 23,5 km^2 =	m^2
7) 10000 cm^2 =	m^2	8) 0,000002 cm^2 =	μm
9) 0,03 hm^2 =	mm^2	10) 10^8 nm^2 =	μm^2

Unidades de volumen y capacidad: ejemplos

$1\ m^3 = (10^2\ cm)^3 = 10^6\ cm^3$

$1\ cm^3 = (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3$

$1\ mm^3 = (10^{-3}\ m)^3 = 10^{-9}\ m^3$

1 l (litro) = $10^3\ cm^3 = 10^{-3}\ m^3$

$1\ m^3 = 10^3$ l

f) Utilizando los prefijos colocar las potencias correspondientes:

1) 23 cm^3 =	mm^3	2) 0,004 m^3 =	cm^3
3) 2 μm^3 =	mm^3	4) 2 l =	m^3
5) 23 m^3 =	l	6) cl =	l
7) hl =	kl	8) 10 ml =	l
9) 0,003 l =	cm^3	10) 100 μl =	ml

g) Algunas unidades habituales y su conversión

¿Cuántos cm^3 tiene un sachet de leche de 1 L?
¿Cuántos cm^3 tiene una botella de vino de litro?
¿Qué altura (aprox.) tiene una planta de trigo?
¿Qué altura (aprox.) tiene una planta de maíz?
¿Qué altura (aprox.) tiene un edificio de departamentos de 5 pisos?
¿Qué volumen tiene un tanque de agua de una vivienda familiar? ¿Qué capacidad?
¿Qué masa de agua contiene?
Un auto de 2,3 L de cilindrada ¿cuántos cm^3 de cilindrada tiene?

CLAVE DE CORRECCIÓN

a)
1) (10^3)
2) (10^4)
3) (10^7)
4) (10^{-1})
5) (10^{-4})
6) (2 10^3)
7) (2,4 10^5)
8) (4 10^{-3})
9) (2,34 10^2)
10) (4,44 10^{-3})
11) (10^{0})
12) (3 10^{-4})
13) (- 2,3 10)
14) (- 4,5 10^{-6})
15) (2,89678 10^2)
16) (1,222 10)
17) (2 10^{-1})
18) (-10^{-1})
19) (3,004 10^{-2})
20) (1,0005 10^0 =1,0005)

b)
1) (a^{b+d})
2) (c^{d-r})
3) (a^{bd})
4) (2 a^b)
5) ($a^{1/n}$)
6) (a^{-1})
7) (c^{s+1} +c^{d+1})
8) (m^{s-a} +m^{r-a})
9) (a^{b-c})
10) (z^{a+b-e})
11) (w^{1-t-a})
12) (w^{-3a})
13) (a^{a+2e})
14) (x^{a-1})
15) ($z^{(a+e)b-b}$)

c)
1) (10^4)
2) (3 10^2)
3) (2^{15})
4) (4^{-8})
5) (10^4 +10^3)= 1,1 10^4
6) (2 10^4)
7) ($8^{1/2}$)
9) (10^4 +10^6) = 1,01 10^6
10) (10)
11) (3 10 +4,4 10)= 7,4 10
12) (123 10^2 + 0,23 10^2 = 1,2323 10^4)
13) (12 10^5 / 3 10^3 = 4 10^2)
14) (3 10^{-4} /3 = 10^{-4})
15) (6,8 10^3)
16) (4,2 10^{-5})
17) (4,2 10)
18) (4^{-2} 10^{-2})
19) (5^{-3} 10^3)
20) (4 10^{66}).
21) ($4^{3/5}$)
22) ($234^{1/3}$)

d)
1) (10^{-2} m)
2) (10^{-3} m)
3) (10^{-1} dm)
4) (10^{-3} km)
5) (10^{-6} m)
6) (10^3 m)
7) (10 hm)
8) (10^3 μm)
9) (10^{-3} μm)
10) (10^6 μm)
11) (10^3 km)
12) (10^5 cm)
13) (10^{-3} hm)
14) (10^{12} ms)
15) (10^5 cg)

e)
1) (2,3 10^2 dm^2)
2) (4,5 10^5 μm^2)
3) (1,2 10^2 mm^2)
4) (2 10^{-2} dam^2)
5) (4,4 10^{-3} mm^2)
6) (2,35 10^7 m^2)
7) (1 m^2)
8)(2 10^2 μm^2)
9) (3 10^8 mm^2)
10) (10^2 μm^2)

f)
1) (2,3 10^4 mm^3)
2) (4 10^3 cm^3)
3) (2 10^{-9} mm^3)
4) (2 10^3 cm^3 = 2 10^{-3} m^3)
5) (2,3 10^4 l)
6) (10^{-2} l)
7) (10^{-1} kl)
8) (10^{-2} l)
9) (3 cm^3)
10) (10^{-1} ml).

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

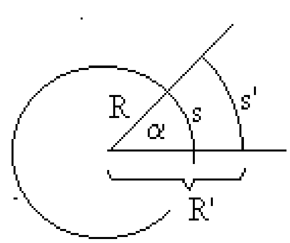
CURSO DE NIVELACIÓN DE FÍSICA
GUIA TEÓRICO-PRÁCTICA
PARTE II: MEDICIÓN DE ÁNGULOS- ECUACIONES –
FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS

REVISIÓN DE ALGUNOS CONCEPTOS ELEMENTALES DE GEOMETRIA DE USO COMUN EN FISICA

Medida de ángulos
Se utilizarán dos sistemas:

1) ***Sexagesimal***
La unidad es el grado sexagesimal (º), que resulta de dividir la circunferencia en 360 partes; el ángulo subtendido por cada arco mide un grado sexagesimal. El ángulo recto mide 90º. Cada grado sexagesimal está dividido en 60 minutos y se lo simboliza así: 60'. Cada minuto sexagesimal está dividido en 60 segundos y se lo simboliza así: 60''. Las calculadoras científicas tienen este sistema identificado con la sigla DEG.
NOTA: Habitualmente, las calculadoras traen también la abreviatura GRA para trabajar con ángulos, pero significa grado centesimal (unidad francesa). En este sistema se divide la circunferencia en 400 partes y el ángulo subtendido por cada arco es un grado centesimal. Se asigna al ángulo recto 100 grados. Nosotros no lo utilizaremos.

2) ***Circular***
La unidad es el radián (rad) y es unidad oficial del SI y del SIMELA. Esta forma de medida es la más racional, ya que relaciona directamente la longitud del arco de una circunferencia con el radio de la misma. Las calculadoras tienen este sistema identificado con la sigla RAD.
Un radián es aquel ángulo cuya longitud de arco es igual a la longitud del radio. La longitud de la circunferencia es $2\pi R$; dividiendo por R da como resultado que los 360º equivalen a



$$\alpha\,(\mathrm{rad}) = \frac{s}{R} = \frac{s'}{R'} = \text{constante}$$

$$360^\circ = \frac{2\pi R}{R} = 6{,}28....\mathrm{rad}$$

$$180^\circ = \pi = 3{,}14159...\mathrm{rad}$$

2π = 6,283185.. rad.
NOTA. Obsérvese que la letra π representa a un número irracional $\cong$ 3,14159....., y no a un ángulo de 180°. Por otra parte la palabra radián es solo un nombre y no una unidad, pues el cociente arco/radio es adimensional, por consiguiente no es necesario poner rad a continuación del número (salvo que sea necesario aclarar que se trata de

la medida de un ángulo). El alumno deberá asegurarse que su calculadora está en el sistema de medición de ángulo que corresponde (DEG, RAD o GRA), antes de calcular el valor de una función trigonométrica (sen, cos, tan).

Un ángulo llano mide π radianes
Luego, la equivalencia entre las unidades de los dos sistemas será:

$90° = \pi/2$	$\pi = 180°$
$1° = \pi/180$ (radianes) $\cong 0{,}0174$	1 rad $= 180/\pi \cong 57{,}324$ °

EJERCICIOS

h) Realizar las siguientes conversiones:

1) 23° = rad 2) 0,4 rad = °
3) 180° = rad 4) 45 rad = °
5) 2,3 π rad = ° 6) 450° = rad
7) 5 rev = rad 8) 0,2 rev = °
9) 30° 40’ 50”= rad 10) 15 rad = rev

----

i) Hallar el valor de la incógnita:

1) $x+3x+4x = 5$ 2) $3x+6 = 2x+8$
3) $(2+6)/x = 2$ 4) $(2+6)/x = 2x$
5) $1/x+4 =8$ 6) $(8 - x)/x =1$
7) $4x^2 + 5x+3 = 2$ 8) $(x^3)^{1/2} +2 = 4$
9) $x (x+x^2)+4 = x^2 +31$ 10) $(-8+4 x^2)/ x^2 +4 = 6$
11) $sen(x) +2 = 2,707$ 12) $3 - cos(x) = 2,5$
13) $1.414\, tag(\alpha) = 2\, sen(\alpha)$ 14) $sen^2(x) = 0,8$
15) $x (1/ x+2 x/ 3)+5 = 3 x^2 -x^2 /2$ 16) $1/10 +1/s = 1/5$
17) $20x/(20+x) = 5$ 18) $0,4 = (T - 200)/T$
19) $(350 -T)/350 = 3/5$ 20) $900 / (Q-900) = 1,5$
21) $10 [1+0,002 (t - 5)] = 9,5 [1+0,0022(t-10)]$

Aplicación:

Plantear la ecuación y hallar el valor de la incógnita-Interpretar gráficamente:

22) La siguiente ecuación relaciona la v_f (velocidad final) con la v_i(velocidad inicial) , a (aceleración) y x (espacio):

$\mathbf{v_f^2 = v_i^2 + 2ax}$

Lea el texto que sigue, reemplace los valores correspondientes en la ecuación y halle el valor de la incógnita.
Un automovil parte del reposo (velocidad inicial cero) y alcanza una velocidad de 72 Km/h en 150m. Calcule la aceleración en m/s^2 y en km/s^2, suponiendo que ésta es constante.
Rta: 1,333 m/s^2 ;1,333 10^{-3} km/s^2

23) La siguiente ecuación relaciona la v_f (velocidad final) con la v_i (velocidad inicial) , a (aceleración) y t (tiempo):

$\mathbf{v_f = v_i + at}$

Utilizando los datos del problema 22, reemplace los valores correspondientes en la ecuación anterior y halle los valores de la velocidad que adquiere el auto al cabo de 2, 4, 6, 8 y 10 segundos. Con estos valores realice un gráfico de la v_f en función del tiempo

24) La ecuación que permite calcular el espacio (x) recorrido por un móvil en función del tiempo, cuando se desplaza rectilíneamente con celeración constante es:

$\mathbf{x= v_i\, t+1/2\, a\, t^2}$

Referido al problema 22, ¿qué tiempo tardó el móvil en alcanzar los 150m? (reemplace los valores correspondientes en la ecuación y halle el valor de la incógnita t).
Rta: 6,213 s
Halle los valores del espacio recorrido por el auto al cabo de 2, 5 y 10 segundos. Con estos valores realice un gráfico del espacio en función del tiempo, ubicando en él, el valor correspondiente a los 150m.
25) Una moto que está circulando con velocidad constante de 40 m/s empieza a frenar cuando t= 9s con una aceleración constante de -10 m/s^2. Utilice la siguiente fórmula para calcular el tiempo que tarda para detener totalmente el rodado (v_f = 0):
$\mathbf{v_f = v_i + a\,(t - 9)}$ **,** donde t está en segundos.
Rta: 13 s
Realice un gráfico de la velocidad en función del tiempo desde que partió hasta que se detuvo. Considere que la moto partió con velocidad inicial cero y que tardó 5 seg en alcanzar la velocidad constante de 40m/s.
26) Referido al problema anterior, calcule la aceleración necesaria (supuesta constante) para alcanzar los 40 m/s en 5s y realice un gráfico de la aceleración en función del tiempo desde que partió hasta que se detuvo. Para el cálculo de la aceleración utilice la fórmula:
$\mathbf{v_f = v_i + at}$

j) Superficies y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos
1) Hallar el perímetro de una circunferencia de radio 10 cm. Expresarla en mm. (Rta: $2\ 10^2\ \pi$ mm $\cong$ 628,3 mm)
2) Hallar el área del circulo que encierra la circunferencia anterior. Expresarla en m^2. (Rta: $\pi\ 10^{-2}$ m^2 $\cong$ 3,14 10^{-2} m^2)
3)Hallar el volumen del espacio comprendido entre dos esferas concéntricas e radios r_1 y r_2 ; siendo r_1 = 4/3 r_2 . Expresar el resultado en función de r_1 .
(**Rta: 0,77 $\pi\ r_1^3$**)
4)Hallar el área de la superficie de una esfera , si su volumen es de 4,189 10^3 cm^3 (**Rta: 1,256 10^3 cm^2**)
5) Hallar la suma de todas las longitud de las aristas de un cubo cuyo volumen es de 27cm^3. (**Rta: 36 cm**)
6) Hallar la superficie exterior del prisma anterior. Expresarlo en m^2 .(**Rta: 5,4 10^{-3} m^2**)
7) Un cilindro A tiene un radio ra y una altura ha, mientras que otro cilindro B (coaxial con A) tiene un radio rb = ra/2 y una altura hb = ha/2. Exprese el volumen comprendido entre los dos cilindros como función de ra y ha. (**Rta: 7/8 π ra^2 ha**)
8) Calcular la altura de un cilindro, en m si su superficie exterior es de 2 m^2 y el radio de su base es de 20 cm. (**Rta: 1,39 m**)
9) Una persona adulta requiere 2,00 mg de vitamina B_2 por día. Cuantos kg de queso debería comer diariamente si ésta fuera la única fuente de vitamina B_2, sabiendo que el queso contiene 5,50 μg por g?.(**Rta: 0,363 kg**)

CLAVE DE CORRECCIÓN

h)

1) $(0{,}128\ \pi)$
2) $(\cong 22{,}929\ °)$
3) $(\ \pi \cong 3{,}14\ )$
4) $(\cong 2579{,}58°)$
5) (414)
6) $(\ 2{,}5\ \pi\ \ )$
7) $(10\ \pi)$
8) (72°)
9) $(\cong 0{,}53)$
10) $(\cong 2{,}39$ rev)

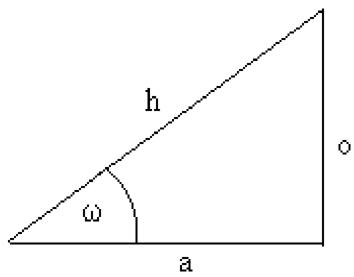
i)

1) (x = 5/8)
2) (x =2)
3) (x = 4)
4) (x =2)
5) (x =1/4)
6) (x =4)
7 (x_1 = - 0,25; x_2 = - 1)
8) (x = 1,587)
9) (x = 3)
10) (x = 2; x = -2)
11) (x = 45°)
12) (x = 60°)
13) (α = 45°)
14) (x =63,43°)
15) (x = 1,8)
16) (s = 10)
17) (x = 6,667
18) (T = 333,33)
19) (T = 140)
20 (Q = 1500)
21) (t = 676,667)

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

CURSO DE NIVELACIÓN DE FÍSICA
GUIA TEÓRICO-PRÁCTICA
PARTE III: TRIGONOMETRÍA - MAGNITUDES FÍSICAS- VECTORES – SUMA DE VECTORES

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



A partir de un triángulo rectángulo definimos:

$$\mathrm{sen}\ \omega = \frac{o}{h};\quad \cos\omega = \frac{a}{h};\quad \tan\omega = \frac{o}{a}$$

Por el Teorema de Pitágoras: $a^2 + o^2 = h^2$

MAGNITUDES FISICAS

Magnitudes escalares
Son aquellas cantidades que quedan determinadas por un número y una unidad exclusivamente. Ej: el tiempo, la densidad, el trabajo, la temperatura, etc.

Magnitudes vectoriales
Son aquellas que requieren, además de un número y su unidad, otros elementos para quedar completamente definidas: dirección, sentido y se representan mediante un vector (flecha). Ej: la fuerza, la velocidad, la intensidad del campo eléctrico, etc.

Vector
Es una flecha o segmento orientado que tiene los siguientes elementos gráficos que lo representan: (fig. 7)
1) ***Dirección***: es la recta (r) a la cual pertenece el vector (si el vector representa a una fuerza, en este caso la dirección recibe el nombre de recta de acción de la fuerza).
2) ***Sentido***: determinada la dirección, el sentido queda especificado con la punta de la flecha
3) ***Módulo***: la longitud de la flecha referida a una unidad elegida (escala), representa el valor o intensidad de la magnitud. Se lo representa poniendo entre barras al símbolo del

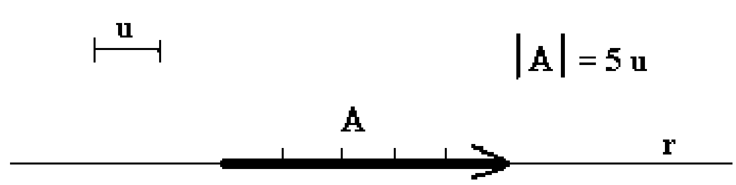


fig.7

vector $|\mathbf{A}|$
Suma y resta vectorial

1) ***Vectores colineales***

1a) ***Colineales y de igual sentido;*** ver ej. fig 8

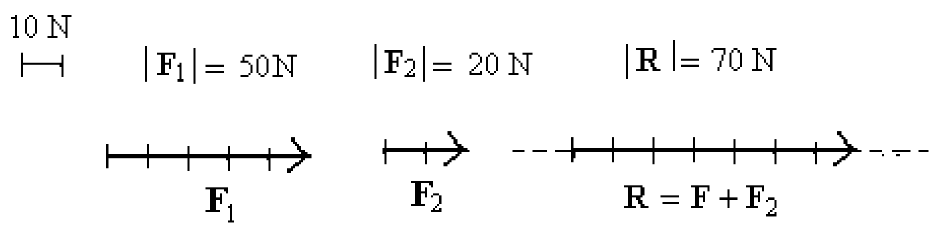


fig. 8

$$|\mathbf{R}| = |\mathbf{F}_1| + |\mathbf{F}_2| = 50\mathrm{N} + 20\ \mathrm{N} = 70\ \mathrm{N}$$

El resultado (**vector suma)** es otro vector cuya dirección es igual a la de los vectores dado,
su sentido: el mismo de los vectores dados y el módulo es igual a la suma de los módulos de los vectores sumados.

1b) ***Colineales y de sentido opuesto;*** ver ej. fig 9
Método gráfico

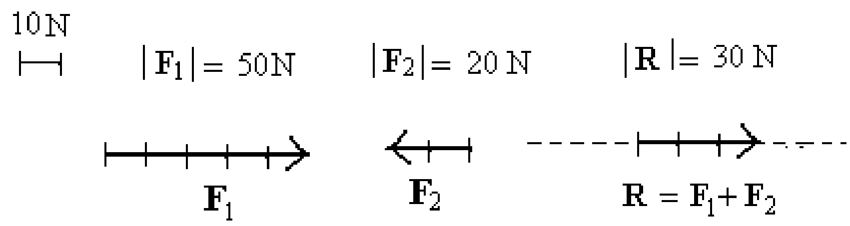


fig. 9

$$|\mathbf{R}| = |\mathbf{F}_1| - |\mathbf{F}_2| = 50N - 20N = 30N$$

El resultado (**vector suma)** es otro vector cuya dirección es igual a la de los vectores dados,
su sentido: igual al del mayor módulo y el módulo es igual a la resta de los módulos de los vectores sumados.
Aclaración: cuando los vectores representas fuerzas también hay que especifica el punto de aplicación (punto del espacio donde está ubicado el origen del vector)

2) ***Vectores concurrentes (no colineales)***
***Método gráfico (regla del paralelogramo*)**;** ver fig 10
Vector suma: $\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$

Método analítico
En la construcción de la figura 10 se forman dos triángulos uno de los lados determina el

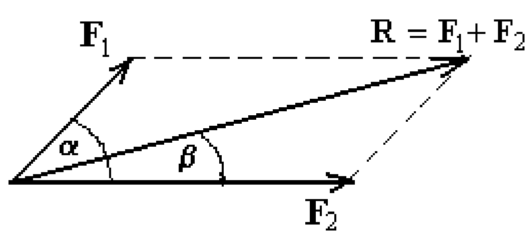


fig.10

módulo del vector suma. De la resolución de estos triángulos oblicuángulos se obtiene
Por teorema del coseno:

$$|\overline{R}| = \sqrt{|\overline{F}_1|^2 + |\overline{F}_2|^2 + 2\,|\overline{F}_1||\overline{F}_2|\cos\alpha}$$

por el teorema del seno:

$$\frac{sen\beta}{|\overline{F}_1|} = \frac{sen\alpha}{|\overline{R}|}$$

Pregunta: si se mantienen constantes los módulos de los vectores sumados pero se varía el ángulo que ellos forman. ¿que sucede con la resultante o suma?. Fundamente la respuesta.

Ejercicio: Si dos fuerzas, de módulos $|\mathbf{F}_1|$ = 80 N y $|\mathbf{F}_2|$ = 60 N respectivamente, forman entre sí un ángulo de 90°. Hallar en forma gráfica y analítica la suma de ambas y el ángulo que forma la resultante con una de las fuerzas. **Rta:** Módulo del vector suma = 100N; ángulo formado por el vector suma y $\mathbf{F}_1$ = 36,8°.
Idem si forman 180°. **Rta:** Módulo del vector suma = 20 N;

Opuesto de un vector

El opuesto de un vector es otro vector de igual dirección, igual módulo, pero diferente sentido al del anterior. $\mathbf{-F_2}$ es el vector opuesto de $\mathbf{F_2}$ **.** ver fig. 11

Resta de vectores
Definida la suma de vectores, para restar un vector de otro se le suma al vector minuendo el opuesto del vector sustraendo.
Ej. La resta $\mathbf{F_1 - F_2} = \mathbf{F_1 + (-F_2)}$ ver fig. 11

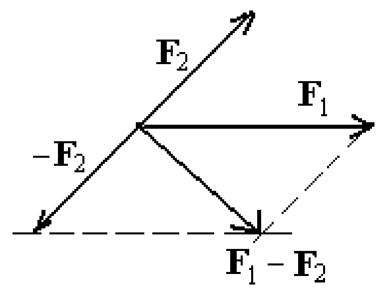


fig. 11

Caso de tres o más vectores concurrentes
a) ***Método del paralelogramo***
b) ***Método de la poligonal*** (ver ej. fig 12)

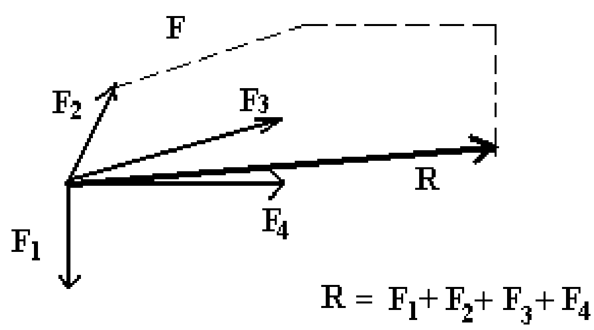
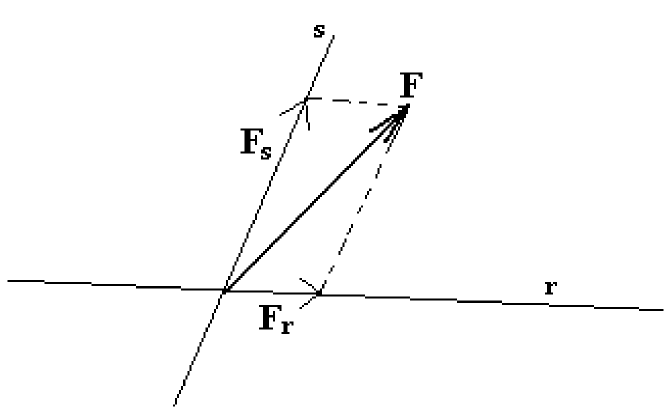


fig. 12

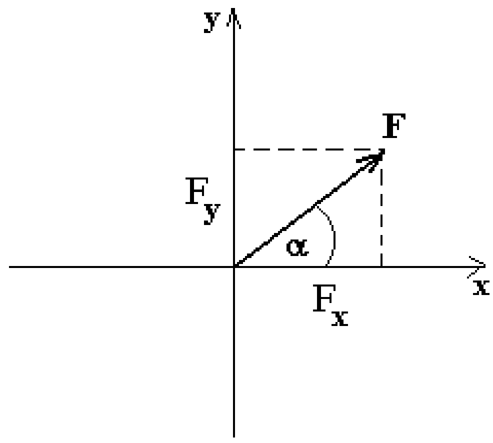
Pregunta: al aplicar el método gráfico, ¿puede el polígono resultar cerrado antes de trazar la resultante?. Justificar.

3)***Suma de vectores coplanares por el método de la descomposición ortogonal de los mismos***

Componentes de un vector
Un vector se puede descomponer en dos vectores, según direcciones convenientes. El método gráfico de descomposición de un vector es el opuesto al método del paralelogramo. Ej:



$\mathbf{F_s}$ y $\mathbf{F_r}$ son las componentes del vector **F** en las direcciones **s, r** respectivamente.
Si la descomposición se realiza en dos direcciones perpendiculares:



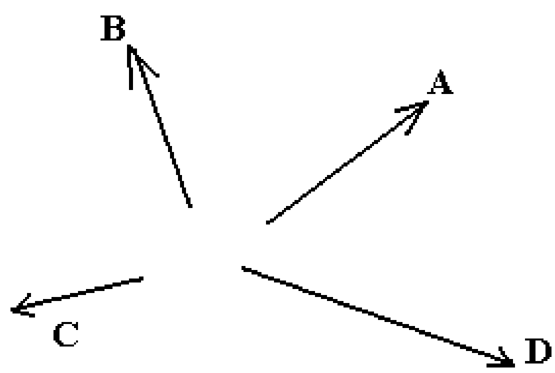
De la figura anterior y aplicando la definición de sen α y cos α en uno de los triángulos formados podemos calcular (analíticamente) las componentes ortogonales del vector dado (conocido el módulo del vector y el ángulo que forma con alguno de los ejes):

***componentes ortogonales de F*:** $F_x = |\mathbf{F}| \cos \alpha$

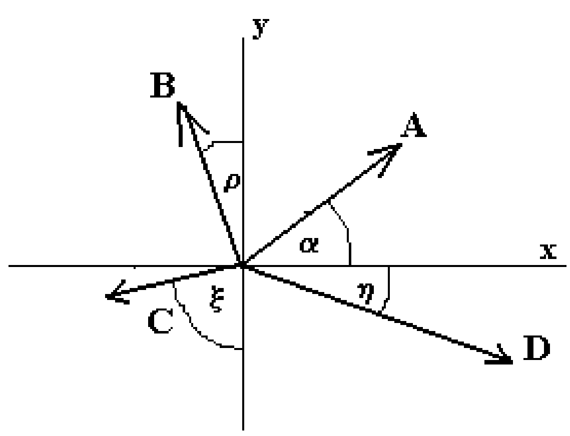
$F_y = |\mathbf{F}| \operatorname{sen}\alpha$

***ángulo que especifica la dirección de F*:** $\alpha = \operatorname{arc\,tg}\,(F_y / F_x)$

Procedimiento para obtener la resultante de la suma de vectores concurrentes (recomendado cuando son muchos los vectores a sumar)



a) Se trasladan los vectores a lo largo de sus direcciones y se hacen coincidir los orígenes de los mismos con el origen de un sistema de ejes ortogonales, elegido en forma conveniente.



b) Se descomponen cada uno de los vectores en sus componentes ortogonales: **x** e **y**

$A_x = |\mathbf{A}| \cos \alpha$ $\quad$ $C_x = -|\mathbf{C}| \operatorname{sen} \xi$

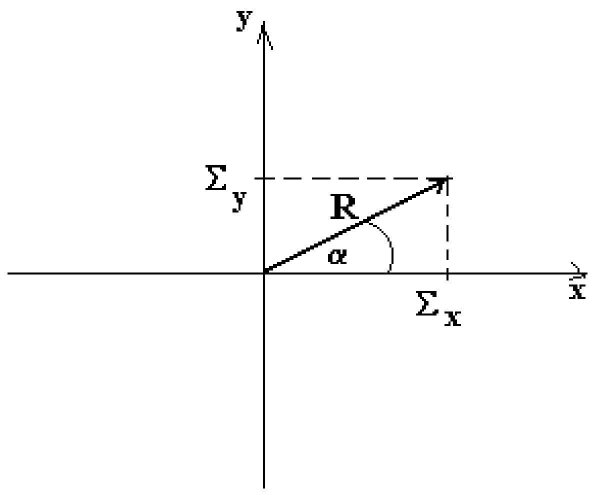
$A_y = |\mathbf{A}| \operatorname{sen} \alpha$ $\quad$ $C_y = -|\mathbf{C}| \cos \xi$

$B_x = -|\mathbf{B}| \operatorname{sen} \rho$ $\quad$ $D_x = |\mathbf{D}| \cos \eta$

$B_y = |\mathbf{B}| \cos \rho$ $\quad$ $D_y = -|\mathbf{D}| \operatorname{sen} \eta$

c) Se suman algebraicamente (teniendo en cuenta sus signos) las componentes **x** y las componentes **y** respectivamente.

$\sum_x = A_x + B_x + C_x + D_x$; $\sum_y = A_y + B_y + C_y + D_y$



d) Quedará así formado un triángulo rectángulo cuyos catetos serán las sumas de las componentes ya mencionadas y la hipotenusa (obtenida por el método del paralelogramo) nos dará el módulo y la dirección del vector resultante. Aplicando el teorema de Pitágoras se determina el módulo de este último y con alguna función trigonométrica se determina el ángulo que forma con uno de los ejes elegidos (la dirección).

$|\mathbf{R}| = \sqrt{(\sum_x)^2 + (\sum_y)^2}$
$\alpha = \text{arc tg } (\sum_y / \sum_x)$

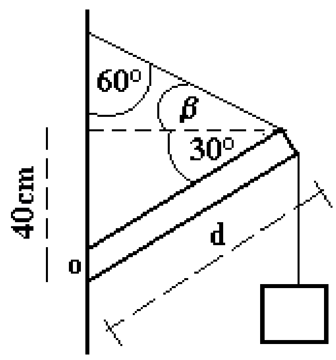
EJERCICIOS

---

k) Problemas sugeridos

1) Durante el verano y al mediodía podemos suponer que los rayos provenientes del sol inciden perpendicularmente sobre la tierra. Si en ese momento un poste de alumbrado, inclinado 20° respecto a la vertical, proyecta una sombra sobre el suelo de 3 m, que longitud tiene el mismo?.(**Rta: 8,77 m**)
2) Cual será la longitud de la sombra proyectada por la pared de una casa cuya altura es de 4,25 m, cuando los rayos solares inciden con un ángulo de 35° con respecto a la horizontal?.(**Rta: 6,06m**)
3) Un rectángulo tiene un área de 200 cm^2. Si uno de sus lados mide 20 cm, calcular el valor de los ángulos que forma una de las diagonales del rectángulo con los lados del mismo.(**Rta: 26,56°; 63,44°**)
4) El pasajero de un tren en movimiento observa que las gotas de lluvia caen en una direccion oblicua formando un ángulo de 60° respecto a la vertical. Si la velocidad del tren es de 50 km/h, ¿ con que velocidad caen las gotas para un observador quieto en el anden?. (**Rta: 28,86 km/h**)
5) Los matemáticos dicen que para un determinado volumen el cuerpo geométrico de menor superficie es la esfera. Compare la superficie de un cubo con la de una esfera de igual volumen.
6) En muchos fenómenos fisicoquímicos, la superficie juega un papel preponderante.
Si a un cuerpo cúbico de lado L lo dividimos en cubos de lado L'=L/3, ¿en cuánto incrementamos la superficie expuesta (externa)? Suponer que el volumen total no cambia. (**Rta: aumenta 3 veces**)
7) El siguiente diagrama representa un puntal articulado en **o** y sostenido por una soga, del cual pende libremente un cuerpo A. Con los datos consignados en el diagrama:
a) halle β

b) halle d



(**Rta: β = 30°; d = 80 cm**)

I) suma de vectores

1) Se aplican tres fuerzas con iguales rectas de acción y sentidos, de 200 N, 100 y 50 N, a un cuerpo. Hallar la resultante gráfica y analíticamente. Escala sugerida 50N/cm.(**Rta:| R | =350N**)

2) Cuatro vectores colineales tienen módulos de 3 u; 5u; 1u y 2,5u. El sentido de los dos primeros es contrario al de los dos último. Hallar el módulo y el sentido del vector que representa la suma de los mismos. (**Rta: | R | = 4,5 u ; igual sentido que el de los primeros**)

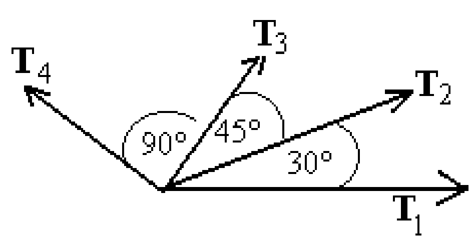
3) Determinar (gráfica y analíticamente) la resultante de dos fuerzas $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$ cuyas rectas de acción forman un ángulo de 45°, si $|\mathbf{F_1}|$ = 1200 N y $|\mathbf{F_2}|$= 900 N.(**Rta: | R | = 1943,5 N**)

4) Idem anterior con un ángulo de 90° entre las fuerzas.(**Rta: | R | = 1500 N**)

5) Idem anterior con un ángulo de 135°.(**Rta: | R | = 850 N**)

6) Hallar la diferencia de las fuerzas ($\mathbf{F_1 - F_2}$) de los ejercicios anteriores.
(**Rta: 3) | R | = 850N; 4) | R | = 1500 N; 5) | R | = 1943,5 N**)

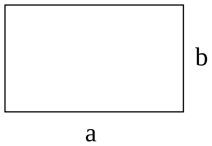
7) Hallar la suma de los siguientes vectores, gráfica y analíticamente (descomposición ortogonal).



$|\mathbf{T_1}|$ = 9 u; $|\mathbf{T_2}|$ = 8 u; $|\mathbf{T_3}|$ = 5u; $|\mathbf{T_4}|$ = 5 u; u: unidad arbitraria.
Hacer la representación con una escala conveniente..(**Rta: | S | = 16 u; ángulo entre S y** $\mathbf{T_1}$ **= 39,2°**)

Anexo: Figuras y Cuerpos

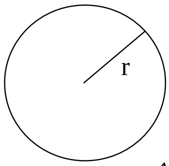
Perímetros, áreas y volúmenes de algunos objetos geométricos básicos:



Rectángulo

Área $A = a\,b$

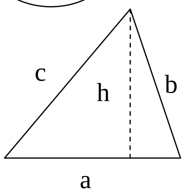
Perímetro $P = 2a + 2b$



Circunferencia

Área $A = \pi\, r^2$

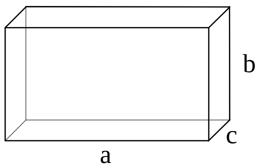
Perímetro $P = 2\pi\, r$



Triángulo

Área $A = (ah) / 2$

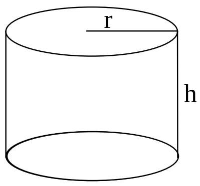
Perímetro $P = a + b + c$



Paralelepípedo rectangular recto

Área exterior $A = 2ab + 2ac + 2bc$

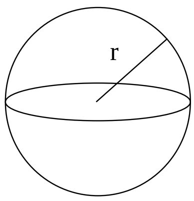
Volumen $V = abc$



Cilindro

Área exterior $A = 2\pi\, r^2 + 2\pi\, r\, h$

Volumen $V = \pi\, r^2\, h$

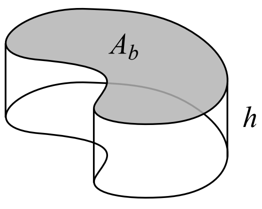


Esfera

Área exterior $A = 4\pi\, r^2$

Volumen $V = 4/3\,\pi\, r^3$

Aclaración: El **volumen** V **de un cuerpo de sección transversal constante** en toda su altura se puede calcular fácilmente como el **producto del área de la base** A_b **por su altura** h



$$\boxed{\boldsymbol{V = A_b \cdot h}}$$