2008

FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS

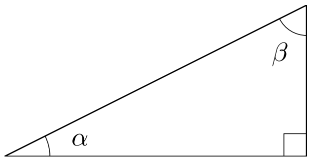
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

CURSOS DE INGRESO Y MATEMÁTICA ELEMENTAL

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

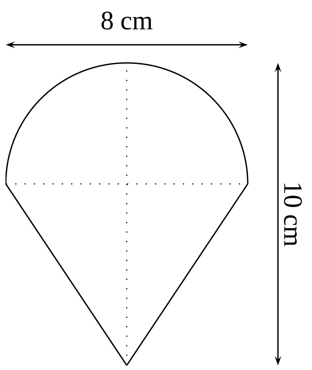
1. GEOMETRÍA

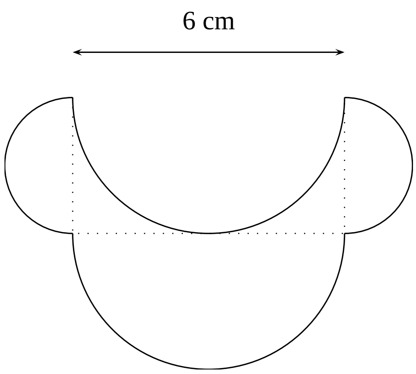
1. ¿A qué ángulo equivale un cuadrante?
2. ¿Qué ángulos se forman trazando la bisectriz de un ángulo llano?
3. ¿A qué equivale la unión de dos ángulos llanos opuestos por el vértice?
4. ¿Cuál es el ángulo suplementario del ángulo recto?
5. ¿Cuál es el ángulo complementario del ángulo nulo?
6. ¿Cuál es el ángulo suplementario del ángulo llano?
7. ¿A qué equivalen dos ángulos llanos adyacentes?
8. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   a) Un par de ángulos alternos internos entre paralelas son suplementarios.
   b) Un par de ángulos correspondientes entre paralelas son iguales.
   c) Dos ángulos suplementarios son adyacentes.
9. Un polígono cóncavo, ¿puede ser regular?
10. ¿Puede ser obtusángulo un triángulo isósceles?
11. ¿Puede ser escaleno un triángulo acutángulo?
12. ¿Puede tener hipotenusa un triángulo isósceles?
13. ¿Cuántas apotemas hay en un triángulo rectángulo?
14. Según sus ángulos, ¿cómo tiene que ser un triángulo regular? ¿Y según sus lados?
15. ¿En qué casos un triángulo es cóncavo?
16. ¿Cuándo un triángulo tiene tres bases distintas?
17. ¿Se puede aplicar el teorema de Pitágoras a un triángulo escaleno?
18. Dado el siguiente triángulo, ¿cómo son entre sí los ángulos α y β?:



19. ¿Puede un cuadrilátero tener tres lados iguales y uno distinto?
20. ¿Puede un cuadrilátero ser cóncavo?
21. ¿Puede un trapecio ser romboide?
22. ¿A qué equivale un rombo en el que uno de sus ángulos interiores es recto?
23. En un paralelogramo, ¿cómo son entre sí dos ángulos opuestos? ¿Y dos ángulos no opuestos?
24. ¿Un cuadrado es un rectángulo?
25. Si una flecha es un radio, ¿qué es la cuerda en tal caso?
26. ¿Cuántas veces más larga es una circunferencia que su radio?
27. El tetraedro regular, ¿es una pirámide recta?
28. El cubo, ¿es un prisma recto?

29. El octaedro regular, ¿es un paralelepípedo?
30. El paralelepípedo rectángulo, ¿es un hexaedro? ¿un prisma? ¿un polígono regular? ¿un cuerpo?
31. ¿Cuántos vértices tiene una pirámide cuya base es un polígono de n lados? ¿Cuántas aristas?
32. ¿Cuántos vértices tiene un prisma cuyas bases son polígonos de n lados? ¿Cuántas aristas?
33. ¿Qué cuerpo se forma al unir por su base dos pirámides rectas de base cuadrada?
34. ¿A qué equivale un cono cuya directriz es un polígono?
35. ¿A qué equivale un cilindro cuya directriz es un polígono?
36. Un cono circular recto, ¿es un poliedro?
37. Si la directriz de un cilindro es un paralelogramo, ¿a qué cuerpo equivale el cilindro?
38. ¿Una recta es una curva?
39. ¿Cuándo dos rectas son secantes?
40. Dos rectas coplanares, ¿pueden ser alabeadas?
41. ¿Cuántos planos pasan por una recta?
42. Hallar el perímetro y la superficie de las siguientes figuras:





43. Hallar la superficie de un disco compacto contenida en un cuadrante, sabiendo que el radio del disco es de 6 cm y su orificio central tiene 1,5 cm de diámetro.
44. ¿Cuánto vale la diagonal de un cubo si la superficie de una de sus caras es de 49 m^2?
45. La suma de todas las aristas de un cubo es de 42 m. Calcular la superficie total del cubo.
46. Hallar la superficie lateral de una pirámide recta, sabiendo que cada lado de su base cuadrada mide 15 cm, y que su altura es 11 cm.
47. ¿Cuál es la superficie de una esfera en la cual el perímetro de un círculo máximo es de 102 cm?
48. ¿Cuál es el radio de una esfera cuyo volumen es 1500 cm^3?
49. ¿Cuál es el cociente entre el volumen de dos esferas si el cociente de sus radios es 1/3?
50. Dos rectas alabeadas, ¿pueden ser secantes a un mismo plano?
51. Dos rectas paralelas a un mismo plano, ¿son paralelas entre sí?
52. Dos rectas normales a un mismo plano, ¿son ortogonales entre sí?
53. Un cono circular indefinido y un cilindro circular indefinido comparten el mismo eje. ¿Qué curva queda formada al intersectarse?

2. OPERACIONES ALGEBRAICAS EN $\mathbb{R}$

54. Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

a) 24 y 60

b) 35 y 70

c) 37 y 6

d) 90 y 48

55. Evaluar las siguientes expresiones sin usar calculadora:

a) $\left(\frac{2}{3}-2\right)+\left(3-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{5}{3}-4\right)=$

b) $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{11}+3\right)-\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot(-2)=$

c) $1-(1-(1-(1+1)))=$

d) $-\left(1-\frac{7}{2}\right)+\left(-3-\frac{3}{4}+5\right)+\frac{5}{4}-\left(-3-\frac{1}{2}\right)=$

e) $\left(-2+\frac{1}{5}+\frac{3}{2}\right)+\left[(-2)^3+\left(-\frac{3}{2}\right)^2+6\right]\cdot\left(5-\frac{1}{2}-3\right)=$

f) $\left(-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right):\left[\left(-\frac{11}{5}+2\right)^2:(-2)\right]=$

g) $\dfrac{\frac{8}{3}-3+\frac{1}{2}}{-4+\frac{3}{4}+\frac{5}{2}}-\dfrac{\frac{3}{7}-\frac{2}{5}}{\frac{3}{2}-\frac{4}{7}-1}=$

h) $\left[\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{(1-1/5)^2}}\right]^{-1}=$

i) $\left[-3+\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}\right]^{-2}+\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^{-2}=$

j) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}-\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}=$

k) $3\cdot\sqrt{3}-(2+a)\cdot\sqrt{3}+a\sqrt{3}=$

l) $a\sqrt[4]{a}+2\sqrt[4]{a^5}=\quad(a>0)$

m) $16^{0{,}25}=$

n) $16^{-0{,}25}=$

ñ) $(2\cdot 2^{1/3})/2^{1/6}=$

o) $(5\cdot 5^{2/3})^{-1/3}:5^{-1}=$

p) $(3^{1/2}-3^{-1/2})^2=$

q) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{(1/2)\cdot(1/3)\cdot(-1)}\right]^{-2}=$

r) $2\sqrt{50}-3\sqrt{18}+2\sqrt{2}=$

s) $\sqrt{10a}:\sqrt[4]{8a^2}=\quad(a>0)$

t) $\sqrt[4]{20}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt[3]{200}\cdot 5^{-17/12}=$

u) $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{5^{3+1}}}}=$

v) $\left[\left(x^{2/3}\right)^{3/2}\right]^{1/2}=\quad(x>0)$

w) $(a+2)^2-(a-2)^2-4(2a+1)=$

x) $(10\cdot 2^{n+1})^3/(2^{n+1})^3=$

y) $(3\cdot 3^{n+1}+3^{n+2})^3/(3^{n+2})^3=$

z) $2^{2-n}\cdot(2\cdot 2^{n+1}+2^{n+2})=$

α) $-3^2+\dfrac{(3+6)^2}{3^2}=$

β) $\dfrac{\left(\sqrt{2}\sqrt{2}\right)^4}{\sqrt[8]{8}}=$

γ) $-\left[\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot 7^{-2}+\frac{6}{7}\right]\cdot\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^2\cdot 144}=$

δ) $\left(\sqrt{\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{9}}+\frac{1}{5}\right):\frac{16}{3}=$

ϵ) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-1}:\left(-\frac{1}{2}+1-\frac{3}{2}\right)^3+\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot(-2)+4\right]=$

$\zeta)$ $\left\{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot 6^{-1}+\frac{-4^{-2}}{-1}\right]:\sqrt{1+\frac{17}{64}}\right\}=$

$\eta)$ $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^{2}\right]^{-1}:\frac{1}{27}+1=$

$\theta)$ $\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-2}}\cdot\frac{-1}{1-\frac{1}{1+(1/3)^{-1}}}\cdot\sqrt{(-2)\cdot(-8)}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}\cdot 8^{-2/3}=$

$\iota)$ $\left(\frac{\frac{2}{3}-\frac{4}{5}}{\frac{1}{15}}\right)^{-2}\cdot\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{-3}}\cdot\frac{(-1)^3}{-2^{-1/2}}\cdot\left(\frac{\frac{8}{10}-\frac{4}{7}}{\frac{3}{14}-\frac{1}{5}}\right)^{-(-1)}=$

56. En los siguientes cálculos se han cometido errores. Indicarlos.

a) $(2^2\cdot 2^{-3}\cdot 2^5)^2=(2^4)^2=2^{16}$

b) $(5^2)^4/(5^{-3})^2=(5^8)/(5^{-6})=1^{14}=1$

c) $(1^1+0)^1+(0^1)^0+(1^0)^0+(0+0^1)^1=1^1+0^0+1^0+0^1=1+0+1+0=2$

d) $\sqrt[3]{-8}\cdot\sqrt[3]{-27}+\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-25}+(-2)^3\cdot\left(\frac{1}{5}-1\right)^{-2}=$

$=\sqrt[3]{(-8)\cdot(-27)}+\sqrt{(-4)\cdot(-25)}+(-8)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)^{-2}=$

$=\sqrt[3]{216}+\sqrt{100}+(-8)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)^{2}=6+10+(-8)\cdot\frac{25}{16}=6+10-\frac{25}{2}=\frac{7}{2}$

57. La diagonal principal de un cubo mide 12 cm. Calcular (sin calculadora): i) la longitud de una arista; ii) la superficie de una cara; iii) la superficie del cubo; iv) la arista de un cubo tal que su superficie sea $3/4$ de la superficie del cubo dado; v) la razón entre la arista de este segundo cubo y la arista del primero.

58. Realizar los siguientes cálculos con calculadora:

a) $\sqrt[4]{81}+4\cdot 2=$

b) $6^2/2+\sqrt{121}\cdot 8^3/11-5\cdot\sqrt[3]{64}=$

c) $\frac{20}{7\cdot 6}=$

d) $\frac{7^{90}\cdot 11^{71}}{9^{88}}=$

e) $\frac{1}{12^{10}\cdot 187{,}3^{40}}\cdot\pi^{145}=$

f) $0{,}01^{50}\cdot 8{,}7425^{50}=$

g) $\frac{0{,}004}{11^{96}}\cdot 843{,}123^8=$

h) $\frac{6^{174}}{2^{166}}=$

i) $9^{20}-9^{20}+1=9^{20}+1-9^{20}=$ (calcularlo de ambas maneras)

j) $\sqrt[5]{(-2)^6}=(-2)^{1,2}=$ (calcularlo de ambas maneras)

k) $1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}}=$

l) $\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{17}{18}\right)^5-\frac{19}{32}+\frac{-\frac{4}{3}+\frac{1}{5}-2}{\frac{7}{4}-\frac{2}{3}+\frac{11}{2}}=$

59. Utilizando la calculadora,

a) calcule a qué valor tiende la siguiente suma infinita:

$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\dots=$

b) calcule con valores de n desde 1 en adelante. ¿A qué valor tiende?

$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=$

3. LOGARITMOS

60. Calcular usando la definición de logaritmo:

a) $\log_5 625 =$

b) $\log_5 \sqrt{625} =$

c) $\log_5 \sqrt[3]{625} =$

d) $\log_2(2^{0,5}) =$

e) $\log_2(4^{0,5}) =$

f) $\log_2 0{,}5 =$

g) $\log_3 \sqrt{3} =$

h) $\log_3 \sqrt{27} =$

i) $\log_4 2 =$

j) $\log_{100} 10^{-1} =$

k) $\log_{16} 8 =$

l) $\log_3 1 =$

m) $\log_{1/2}(1/16) =$

n) $\log_{\sqrt{2}} 2 =$

ñ) $\log_{a^2}(a^5) =$

o) $\log_{81}(1/3) =$

p) $\log_{\sqrt{3}}(1/27) =$

q) $\log_{5^{2/3}} 5^3 =$

r) $\log_{6^{1/5}} 36 =$

s) $\log_{2^{-1/2}} 2^{1/2} =$

61. Indicar si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

a) $\left(\log_3 4\right)^{1/2} = \dfrac{1}{2}\log_3 4$

b) $\log_3 4^{1/2} = \dfrac{1}{2}\log_3 4$

c) $\log_3(-x) = -\log_3 x$

d) $\log_3 x^{-1} = -\log_3 x$

e) $\dfrac{\log_3 2}{\log_3 5} = \log_3 2 - \log_3 5$

f) $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

g) $3^{\log_3 2} = 3$

h) $3^{\log_3 2} = 2$

i) $\log x = \dfrac{\log_3 x}{\log_3 10}$

j) $\ln 2 = \dfrac{\log 2}{\log \mathrm{e}}$

62. Calcular (sin usar calculadora):

a) $\log_a a^2 - \log_4(0{,}25)^2 =$

b) $\log_{\frac{1}{2}} 4 + b^{-1}\log_{(a+b)}(a+b)^{3b} =$

c) $\log_5(125^{-1}\cdot 0{,}5) + \log_5 2 =$

d) $\log_2(12+4) - \log_2 4 + \log_{a^2} a^{-4} =$

e) $\dfrac{\log_{11}\left(\frac{1}{11}\right)}{\log_b(b^{-2})} - \log_3\sqrt{3} =$

f) $\dfrac{4\log_2 4}{3\log_3 3}\cdot(\log_5 25)^{-1} - \dfrac{1}{3} =$

g) $\log_8 2\cdot\log_2(4+4) + \dfrac{7^{\log_7 x}}{\log_3 3^x} - \ln(\mathrm{e}^2) =$

h) $\log_3(3a+9) + \log_3\left(\dfrac{a^3}{3+a}\right) + \log_3 a^{-3} =$

i) $\log_4\dfrac{1}{4} + \log_5(5a) + \dfrac{1}{2}\log_5 a^{-2} + \ln \mathrm{e} =$

j) $-\log_b\left(\dfrac{1}{b^2}\right) + \dfrac{\log_2(2+2)}{\log_2(1/2)} - \dfrac{\log_{a^2} a^4}{\log_{a^3} a} =$

k) $\dfrac{(\log_2 8)^2}{\log_2\sqrt{2}+\frac{1}{2}} =$

l) $\log_3 27^{\frac{2}{3}} - 3\log_{4^3} 4 =$

m) $\dfrac{\log_2(4+4) - \log_2\left(\frac{4}{4}\right)}{\log_2(4\cdot 4)} =$

n) $\log_\pi \pi^{2/3}\cdot\log_5\left(\dfrac{1}{125}\right) + \dfrac{\log_7(38+11)}{\log_3\sqrt[5]{9}} =$

ñ) $\log_a\left(\left(a^2\right)^2\right)\cdot\log_{\frac{5}{7}}\left(\dfrac{7}{5}\right)^{-1} - \log_5\dfrac{1}{25} =$

o) $\dfrac{\log_a(a+a)}{\frac{1}{2}\log_a 4 - \log_b\left(\frac{1}{b}\right)} - \log_{\frac{3}{2}}\left(\dfrac{4}{9}\right)^{-1/2} =$

p) $\log_{\sqrt[3]{27}}\left(3^{-1}\right)\cdot\log_x\left(\dfrac{4}{x^{3/2}}\right)+\log_x 2^2=$

q) $-\log_5(5^{-2})\cdot\log_2(4+4)+\log_{(a-1)}(a-1)^2=$

r) $\log_{3x}(9x^2)+\log_2(4+4)-\log_5\left(125^{-2/3}\right)=$

s) $\log_{1/5}5\cdot\log_{16}\left(2^7\right)^4+\log_7\left(2\cdot 5^2-1\right)=$

t) $\log_5\left(\dfrac{3}{5}\right)-\log_5 15+\log_5\left(\sqrt{34}\right)^0=$

u) $\log_2 3-\log_{\frac{1}{10}}1000+\log_2\left(\dfrac{2}{3}\right)=$

v) $\dfrac{(\log_5 25)^2}{\log_a a^4}+\dfrac{\log_2(4a)-\log_2 a}{2}=$

w) $\dfrac{\log_3(3+6)}{\log_9(3+6)}-\left[\log_7(1/7^3)\right]^2=$

x) $\log_a 5\cdot\log_{25}a^2-\dfrac{\log 100}{\log_3\frac{1}{9}}+1=$

y) $\log_7\left(\dfrac{1}{49}\right)+\dfrac{\log_2 8}{\log_8 8}-3(\log_3 9)^{1/2}+\sqrt{2}\log_a a^3=$

z) $\log_x(3x^{-3})\cdot\log_3(x^{-1})-\log_3(x^3)=$

α) $\log_4\left(\dfrac{\sqrt[5]{16}\cdot 4^{-2}}{\sqrt{64}}\right)+\log_a\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)+\log_2 128=$

β) $\log_2\left(\dfrac{2+x}{2}\right)^2+\dfrac{\log_2 x}{\log_3 x}-\log_2 3-2\log_2(2+x)+2=$

63. Calcular con calculadora los siguientes logaritmos:

a) $\log 13=$

b) $\ln 13=$

c) $\log_5 3=$

d) $\log_{21}6=$

e) $\log_2 9=$

f) $\log_{\sqrt{3}}11=$

g) $\log_{1,2}1{,}3=$

h) $\log_4 1/3=$

i) $\log_2 \mathrm{e}=$

j) $\log_\pi \mathrm{e}=$

64. Usando la definición de logaritmo, hallar con calculadora el valor de x:

a) $\log x=1/2$

b) $\log_2 x=7{,}1$

c) $3^x=6{,}7$

d) $\ln x=1/10$

e) $\log_{1,1}x=1{,}1$

f) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=5{,}3$

g) $\log_x 4=3$

h) $\log_{2\pi}x=2$

i) $\pi^x=2$

j) $2^x=5{,}42$

k) $\ln x=\mathrm{e}$

l) $\log_x 10=11$

m) $5^x=4$

n) $4^x=5$

ñ) $\log_\pi x=2$

o) $\mathrm{e}^x=2$

65. Calcular con calculadora:

a) $\dfrac{5^{485}}{6^{403}}=$

b) $\dfrac{11^{100}}{\pi^{101}}=$

c) $2^{-606}\cdot 3^{605}\cdot 5^{604}\cdot 7^{-603}=$

d) $\dfrac{1000^{1000}}{999^{999}}=$

e) $\dfrac{9^{-50}}{(0{,}00000011)^{20}}=$

f) $\dfrac{70!}{1{,}23\times 10^{98}}=$

66. ¿Para qué valores de x es posible escribir las siguientes expresiones?

a) $\log(\log x)$

b) $\log_{\log x}$

c) $\log_{2^x}$

d) $\log_{x^2}$

4. TRIGONOMETRÍA

67. Expresar en los sistemas circular y horario los siguientes ángulos:

a) 30° b) 45°

c) 540° d) 43°

e) $97^\circ 25'$ f) $150^\circ 3' 24''$

68. Expresar en los sistemas sexagesimal y horario los siguientes ángulos:

a) $3\pi/5$ b) $4\pi/3$

c) $\pi/8$ d) 1

e) $1/2$ f) 6

69. Expresar en los sistemas sexagesimal y circular los siguientes ángulos:

a) 3^{h} b) $10^{\mathrm{h}}15^{\mathrm{m}}12^{\mathrm{s}}$

c) $17^{\mathrm{h}}11^{\mathrm{m}}13^{\mathrm{s}}$ d) $1^{\mathrm{h}}8^{\mathrm{m}}2^{\mathrm{s}}$

e) $8^{\mathrm{h}}\!,24$ f) 2^{s}

70. Resolver:

a) Calcular en metros la longitud del arco de un radián perteneciente a un meridiano terrestre, supuesto éste de 40 000 km y la tierra esférica.

b) El radio de una circunferencia es de 5 m. Calcular la longitud del arco correspondiente a un ángulo de $1'$.

c) Calcular en metros el radio de una circunferencia tal que el arco de $0^\circ\!,5$ tiene una longitud de 39,27 cm.

71. ¿A qué cuadrante pertenece un ángulo si:

a) su seno es positivo y su coseno negativo? b) su coseno y su tangente son positivos?

c) su seno es positivo y su secante negativa? d) su seno y su cotangente son positivos?

e) su cosecante es negativa y su secante positiva? f) su cotangente es negativa y su cosecante positiva?

g) su cotangente es negativa y su coseno positivo? h) su seno es positivo y su cosecante negativa?

72. Expresar las funciones trigonométricas de los siguientes ángulos mediante las funciones trigonométricas de un ángulo del primer cuadrante. Ejemplo: de $112^\circ 40'$ debe obtenerse $\operatorname{sen} 112^\circ 40' = \operatorname{sen} 67^\circ 20'$, $\cos 112^\circ 40' = -\cos 67^\circ 20'$ y $\tan 112^\circ 40' = -\tan 67^\circ 20'$.

a) 164° b) $99^\circ 40'$

c) $309^\circ 27' 16''$ d) 1100°

e) $-857^\circ 59' 50''$ f) $90^\circ 0' 1''$

g) $-90^\circ 0' 1''$ h) $-0{,}4467$

73. Calcular:

a) $\operatorname{sen}(180^\circ + \alpha) - 3\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}(-\alpha) =$ b) $\sec(\pi - \alpha)\cdot\cos(2\pi - \alpha) + \operatorname{sen}(\pi + \alpha) + 1 =$

c) $\dfrac{\operatorname{sen}(\pi - \alpha)\cdot\cos(\pi + \alpha)}{\tan(2\pi + \alpha)} =$ d) $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha) + \cos(\pi/2 - \alpha) =$

e) $\operatorname{sen}(\pi - \alpha)\cdot\cos(\pi + \alpha) + \cos(180^\circ - \alpha)\cdot\operatorname{sen}(180^\circ + \alpha) =$

f) $-\operatorname{sen}(\alpha - 2\pi)\operatorname{sen}(2\pi - \alpha) - \operatorname{sen}(\pi/2 - \alpha)\cos(\pi - \alpha) =$

g) $2\operatorname{sen}(720^\circ + \alpha) + \cos(450^\circ + \alpha) + \operatorname{sen}(\alpha - 1080^\circ) - \operatorname{sen}(540^\circ + \alpha) =$

h) $\cos(8\pi + \alpha) - \cos(10\pi + \alpha) + \cos(14\pi + \alpha) - \cos(20\pi + \alpha) =$

i) $\tan^2(2\pi+\alpha)\cdot\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)-\operatorname{sen}(\pi+\alpha)\cdot\operatorname{sen}(-\alpha)=$

j) $\operatorname{sen}(\pi-\alpha)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)+\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos(\pi-\alpha)=$

k) $\dfrac{\csc(\pi+\alpha)\cdot\operatorname{sen}^2(\pi+\alpha)\cdot\cot(\alpha+4\pi)}{\cos(-\alpha)\cdot\cos\pi}=$

l) $\dfrac{-\operatorname{sen}(-\alpha)+3\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+2\operatorname{sen}(\pi+\alpha)}{-\operatorname{sen}(\pi-\alpha)+\cos(\pi-\alpha)+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}=$

m) $-\dfrac{\operatorname{sen}^2(\pi+\alpha)}{\operatorname{sen}^2\alpha}\operatorname{sen}\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)=$

n) $\dfrac{-\tan(-\alpha)\cos(\pi/2-\alpha)}{\operatorname{sen}(2\pi-\alpha)\cos(\pi/2+\alpha)\sec(-\alpha)}=$

74. ¿En qué cuadrantes estarán 2α y $\alpha/2$ si α es. . .

a) . . . del I cuadrante?

b) . . . del II cuadrante?

c) . . . del III cuadrante?

d) . . . del IV cuadrante?

75. Sin calcular el ángulo α, calcular $\operatorname{sen}2\alpha$, $\cos 2\alpha$ y $\tan 2\alpha$ sabiendo que:

a) $\operatorname{sen}\alpha=4/5$

b) $\cos\alpha=1/2$

76. Sin calcular el ángulo α, calcular $\operatorname{sen}(\alpha/2)$, $\cos(\alpha/2)$ y $\tan(\alpha/2)$, siendo:

a) $\cos\alpha=7/8,\quad 0\leqslant\alpha<\pi/2$

b) $\operatorname{sen}\alpha=-3/5,\quad \pi\leqslant\alpha\leqslant 3\pi/2$

77. Verificar las siguientes identidades:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha}$

b) $\dfrac{\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)}{1+\tan^2\beta}=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha\tan^2\beta}$

c) $\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=(\cos\alpha-\operatorname{sen}\beta)\cdot(\cos\alpha+\operatorname{sen}\beta)$

d) $1-\operatorname{sen}\alpha=(\operatorname{sen}\alpha/2-\cos\alpha/2)^2$

e) $\operatorname{sen}(\pi/4-\alpha/2)\cdot\operatorname{sen}(\pi/4+\alpha/2)=(\cos\alpha)/2$

f) $\dfrac{\cos 2\alpha+\operatorname{sen}2\alpha-\cos^2\alpha}{\cos 2\alpha-\cos^2\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}=\dfrac{\tan\alpha-2}{\tan\alpha+2}$

78. Calcular el ángulo α sabiendo que:

a) $\operatorname{sen}\alpha=0{,}36639,\quad \alpha\in\mathrm{II}$

b) $\cos\alpha=0{,}93608,\quad \alpha\in\mathrm{IV}$

c) $\tan\alpha=0{,}34809,\quad \alpha\in\mathrm{III}$

d) $\csc\alpha=4{,}38673,\quad \alpha\in\mathrm{I}$

e) $\sec\alpha=-1{,}04760,\quad \alpha\in\mathrm{II}$

f) $\cos\alpha=-0{,}70378,\quad \alpha\in\mathrm{III}$

g) $\operatorname{sen}\alpha=-0{,}793,\quad \alpha\in\mathrm{III}$

h) $\tan\alpha=-11,\quad \alpha\in\mathrm{II}$

79. Calcular los valores $-\pi/2<x\leqslant 3\pi/2$ que satisfacen:

a) $\cos x=0{,}28$

b) $\operatorname{sen}x=\sqrt{3}/2$

c) $\operatorname{sen}x=1$

d) $\operatorname{sen}x=0$

e) $\sec x=-\sqrt{2}$

f) $\csc x=\sqrt{2}$

g) $\tan x=-1$

h) $\tan x=344{,}71$

i) $\tan x=10^5$

j) $\cot x=-\sqrt{3}/3$

k) $\tan x=-0{,}5543$

l) $\cos x=-0{,}9001$

m) $\operatorname{sen}2x=1/2$

n) $\operatorname{sen}2x=-1/2$

5. POLINOMIOS

80. Calcular las siguientes operaciones sobre monomios:

a) $-\frac{2}{3}a^2bx + \frac{1}{3}a^2bx + \frac{4}{3}a^2bx =$

b) $\frac{2}{5}x^2y + \frac{1}{2}x^2y + \frac{13}{4}x^2y =$

c) $\left(\frac{5}{2}a^2bc^3\right) \cdot \left(-\frac{2}{8}ab^3c\right) =$

d) $(-4abc) \cdot (2bm) =$

e) $\left(-\frac{4}{7}bxy\right) \cdot \left(-\frac{8}{5}a^3x^2y\right) =$

f) $\left[\left(-\frac{6}{3}\right)^2 a^2by\right] \cdot \left(\frac{2}{18}rz^2ty^0\right) =$

g) $(4m^2n^3x^4) : (-2m^2nx^3) =$

h) $\left(-\frac{2}{3}a^5b^3c^6\right) : \left(\frac{1}{9}a^2b^2c^5\right) =$

i) $(-5m^7x^5) : (5^2a^0z^0) =$

j) $(50a^3b^2c^5) : (-5a^3b^5c^2) =$

81. Igualdad de polinomios: determinar los valores de a, b, c y d para que $P(x)$ sea igual a $Q(x)$:

$P(x) = 2 + 5x + 4x^3 - \frac{1}{2}x^4$

$Q(x) = a + (a+b)x + (b+c)x^3 + (c+d)x^4$

82. Calcular las siguientes operaciones sobre polinomios:

a) $\left(\frac{2}{5}z^3 - \frac{1}{5}z^2 + \frac{3}{2}z + 5\right) + \left(\frac{1}{5}z^2 + 2 - z\right) + \left(\frac{3}{4}z^3 - \frac{1}{2}z + 2z^2\right) + (-5 - 2z^2 + z) =$

b) $(4mx^2 - 5ab^2c + 6ab^2c^2) + (5ab^2c^2 + 7ab^2c^2 - 3mx^2) + (0{,}2mx^2 - 3{,}5ab^2c - 10{,}7ab^2c^2) =$

c) $(7{,}5dc - x + 3y - 8d + 8 - 4b) + (-d - 7 - 4b + 8y + 3x + 6{,}5dc) =$

d) $(a+b) \cdot (a-b) \cdot (a^2+b^2) =$

e) $\left(\frac{3}{2}a^3b - \frac{5}{2}a^2b^2 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}ab^6x\right) =$

f) $\left(3x^3 + \frac{2}{3}x^2z - xz^2 + z^3\right) \cdot \left(x^2z - \frac{1}{2}xz^2 + \frac{1}{2}z^3\right) =$

g) $(6a^3x^3 - 12a^2x^2y + 20axy^2 + 26y^3) \cdot (a^2x^2 + 2axy + y^2) =$

h) $\left(3r^3s^2 - r^2s^3 + \frac{6}{5}r^4s^3 - \frac{3}{2}r^2s^4\right) : \left(-3r^2s^2\right) =$

i) $\left(\frac{1}{4}b^3c^4m^3 - \frac{2}{5}b^4c^2m^3 - 10b^2m^3c^3\right) : (3bcm^2) =$

j) $\left(\frac{2}{3}yz - \frac{4}{9}yz^2 + \frac{4}{3}y^2z^2\right) : \left(-\frac{2}{3}yz\right) =$

k) $\left(5x^5y^2 - \frac{1}{5}x^4y^4 + \frac{5}{9}xy^2\right) : \left(\frac{5}{3}xy\right) =$

l) $(5ab + x^3y^3)^2 =$

m) $\left(-\frac{1}{2}am^3 + \frac{1}{2}n^5\right)^2 =$

n) $\left(-\sqrt{3}n^3 - \sqrt{27}n^5\right)^2 =$

ñ) $\left(-\frac{1}{5}x^3a - \frac{1}{2}by^3\right)^2 =$

o) $(3x^2z + 5z^7)^3 =$

p) $(bx - 2xb^2)^3 =$

q) $\left(\frac{3}{4}j - \frac{5}{3}l^2\right)^3 =$

r) $\left(-\frac{1}{2}mx^2 + \frac{2}{3}m^2y\right)^3 =$

83. Calcular el cociente y el resto de las siguientes divisiones de polinomios:

a) $(x^5 + 10x^3 + 10x^2) : (x^3 + 3x^2) =$

b) $(54x + 36x^2 + 13 + 8x^3) : (12x + 4x^2 + 9) =$

c) $(8x^4 - 40{,}50) : (2x + 3) =$

d) $(x^3 - x^2 - 9x - 12) : (x^2 + 3x + 3) =$

e) $(6x^3 - 2x^2 + 9x + 1/2) : (3x^2 - 2x + 2) =$

f) $(x^2 - 6x + 9) : (x - 3) =$

84. Calcular el resto sin hacer la división:

a) $(3a^3 + 2a^2 + 8a + 5) : (a + 1) =$

b) $(m^3 + 0{,}3m^2 - 0{,}4m + 8{,}2) : (m + 2) =$

c) $\left(\frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right) : \left(x + \frac{3}{2}\right) =$

d) $(0{,}3m^4 - m^3 - 0{,}4m + 0{,}7m^2 + 0{,}6) : (m + 1) =$

85. Factorizar los siguientes polinomios:

a) $6ab + 14ac - 2ad$

b) $36a^2b^5z^2 + 6a^5b^2z + 3a^2b^4z^3$

c) $-8a^3b^3c - 8a^2b^4c - 8a^2b^3c^2 - 8a^2b^3cd$

d) $49a^6x^{10} - 121$

e) $ab - a - b + 1$

f) $3mx - 6nx + 2my - 4ny - m + 2n$

g) $2x + 3y - 6xy - 9y^2$

h) $a^3m^9 + b^6c^9$

i) $9ac + 6cm - 3cx - 6a^2 - 4am + 2ax$

j) $z^5 - 1/243$

k) $12bx - 6bn + 24by - 18bm - 20ax + 10an - 40ay + 30am$

l) $z^2 - 2z + 1$

m) $x^6 + 2x^3y + y^2$

n) $5x^2 - 10xy + 5y^2$

ñ) $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$

o) $xz - x + 9z - 9$

p) $ap + aq + bp + bq$

q) $a^{4m}b^{2n} - 1, \quad n$ impar

r) $a^3 + b^3$

s) $x^3 - y^3$

t) $6mx + 8nx - 4lx + 6yx + 3bm + 4bn - 2bl + 3by$

u) $2x^4 - 3z^6$

v) $-x^2 - 4 + 4x$

w) $c^5 + m^{10}$

x) $cd - 4d + 5c - 20$

y) $64x^3y^3 - 24x^2y^2 + 3xy - 1/8$

z) $b^6 - 6b^4 + 12b^2 - 8$

α) $32y^{10} - l^{15}$

β) $2x + x^2 + 2$

γ) $acm + adm + bcm + bdm + acn + adn + bcn + bdn$

δ) $80 - 5c^4$

ϵ) $m^4z^2 + 12m^3z^2 + 36m^2z^2$

ζ) $z^4 - 25$

η) $a^3 - a^2 - a + 1$

θ) $5x + 5bx + ax + abx$

ι) $x^2(x - y) - xy(x - y) + x(x - y)^3$

κ) $1 - 4x^4$

λ) $-18x^2 + 81 + x^4$

μ) $x^6y^3 + a^4b^4$

ν) $4a^2b^4 - 4a^2b^5 + a^2b^6$

ξ) $3x^9y^7 - 12x^7y^9$

o) $2ax^3 + 6bx^3 - 2a - 6b$

π) $a^4 - 16$

ρ) $a^4/256 - 10000x^{16}$

σ) $81 - x^8$

τ) $a^4cx^3 + cy^3b^8 + ca^4y^3 + b^8x^3c$

υ) $9a^2x^2 - 36a^2y^2 + 6abx^2 + b^2x^2 - 24aby^2 - 4b^2y^2$

ϕ) $a^4x^3 - b^2 + a^4 - x^3b^2$

χ) $100 - a^8$

ψ) $48x^3y^4 - 243x^3z^8$

ω) $32p - 8pq^8$

A) $a^4x^3 + a^4 - b^2x^3 - b^2$

B) $81 + 81y - 81x - 81xy - c^4 - c^4y + c^4x + c^4xy$

C) $1 - b - a + ab - c^6 + bc^6 + ac^6 - abc^6$

D) $a^5 - a^3 - a^2 + 1$

E) $x^7 + a^3x^4 + x^3y^2 + a^3y^2 - 2x^5y - 2a^3x^2y$

6. EXPRESIONES NO POLINÓMICAS

86. Simplificar las siguientes expresiones fraccionarias:

a) $\dfrac{a}{a-b}+\dfrac{b}{b-a}$

b) $\dfrac{(a-b)^2}{b-a}$

c) $\dfrac{a^2-b^2}{b^2-a^2}$

d) $\dfrac{27(x^2-2x)}{36x}$

e) $\dfrac{18bx-24cx}{15ab-20ac}$

f) $\dfrac{a^2x-5ax^2}{5a^2x-ax^2}$

g) $\dfrac{6abc+12cba-18cab}{6ab}$

h) $\dfrac{a^2-1}{a^2-2a+1}$

i) $\dfrac{x^2}{x-y}+\dfrac{y^2}{y-x}$

j) $\dfrac{y^2-6y+9}{ym-3m+y-3}$

k) $\dfrac{\dfrac{a}{a-x}-1}{1-\dfrac{a}{a+x}}$

l) $\dfrac{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}}{\dfrac{1}{y-1}-\dfrac{1}{y+1}}$

m) $\dfrac{nx-1-n+x}{nx-2-n+2x}$

n) $\dfrac{-3+y^2+3y^2-1}{4y^2-8y+4}$

ñ) $\dfrac{2a^2-2ab+2b^2}{2(a^3+b^3)}$

o) $\dfrac{10ab-6a}{x+y}\cdot\dfrac{x^2-y^2}{am-a}\cdot\dfrac{m-1}{20b-12}$

p) $\dfrac{ax-a}{a^2-b^2}\cdot\dfrac{a+b}{a^2}\cdot\dfrac{2a-2b}{xb-b}$

q) $\dfrac{mx}{m-x}\cdot\dfrac{y-x}{m(m+x)}\cdot\dfrac{m^2-x^2}{y^2-x^2}\cdot\left(1+\dfrac{x}{y}\right)$

r) $\dfrac{\dfrac{y}{y+1}+\dfrac{y}{y^2-1}}{\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{y+1}}$

s) $\dfrac{\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}}{\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{a}{x+1}}$

t) $\dfrac{\dfrac{18-6x}{x-3}+\dfrac{4x+12}{x+3}}{\dfrac{a^2-b^2}{5}\cdot\dfrac{5a^2b}{3}\cdot\dfrac{9a}{a+b}\cdot\dfrac{2}{3a^3(a-b)}}$

u) $x\cdot\dfrac{1}{x^2+xy}\cdot\dfrac{x}{y^2}\cdot\dfrac{x^2-y^2}{x}$

v) $\dfrac{2an^2+2n^2x}{a^2n^2+x^2n^2+2axn^2}$

w) $\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2-x}{x+2}$

x) $\dfrac{3}{2x-4}-\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{x+10}{2x^2-8}$

y) $\dfrac{n^2-4}{n^2-4n+4}\cdot\dfrac{p^3-l^3}{n+2}\cdot\dfrac{n-2}{(p-l)(p^2+pl+l^2)}$

z) $\dfrac{x+y}{2am-2an+3m-3n}\cdot\dfrac{2a+3}{x^3+y^3}\cdot\dfrac{x^2-xy+y^2}{x}\cdot(m-n)$

α) $\dfrac{\dfrac{1+x}{2x-x^2}-\dfrac{1-x}{2x+x^2}+\dfrac{1}{4-x^2}}{\dfrac{5}{2+x}-\dfrac{2}{2-x}+\dfrac{8}{4-x^2}}$

β) $\dfrac{\dfrac{c}{a+2}-\dfrac{c}{a+3}}{-\dfrac{2}{a+2}+\dfrac{1}{a+3}}$

γ) $\dfrac{\dfrac{2x}{3a-6x}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{a}{a-2x}}{\dfrac{a}{a-2x}+\dfrac{a}{a+2x}}$

δ) $\dfrac{\dfrac{x^3-8}{x^2-4}}{\dfrac{2x^4+4x^3+8x^2}{2x^3+4x^2}}$

ϵ) $\dfrac{\dfrac{a^2}{bc^2}+\dfrac{b^2}{a^2c}}{\dfrac{a^3}{b^2c^2}+\dfrac{b}{ac}}$

ζ) $\dfrac{\dfrac{a+1}{b}-2+\dfrac{b-1}{a}}{\dfrac{a-1}{b}-2+\dfrac{b+1}{a}}$

η) $\dfrac{(a+2)(a^3-a/4)(a^2-2a+4)}{(a^2-a/2)(a+1/2)(a^3+8)}$

θ) $\dfrac{a}{b}-\dfrac{a}{b^2}+\dfrac{ba}{a^2}+\dfrac{b^2}{a}+\dfrac{a}{b^2}-\dfrac{a}{b}$

ι) $\dfrac{a-b}{b}+\dfrac{2a}{a-b}-\dfrac{a^3+a^2b}{a^2b-b^3}$

κ) $\dfrac{x-y}{x(x+y)}+\dfrac{2(y-x)}{x^2-y^2}+\dfrac{1}{x}$

λ) $\dfrac{m^4-n^4}{(m-n)^4}\cdot\dfrac{(m-n)^2}{m^2-n^2}$

μ) $\dfrac{1+x^3}{1-x+x^2}-\dfrac{-1+x^3}{1+x+x^2}$

ν) $(a+b)/\left(a+b+1/\left(a-b+1/(a+b)\right)\right)$

ξ) $\dfrac{16-a^4}{8+4a+2a^2+a^3}$

o) $\dfrac{5a}{a^2/4-1}+\dfrac{4}{\frac{1}{2}a-1}-\dfrac{5}{\frac{1}{2}a+1}$

π) $\dfrac{x^2-(y+z)^2}{z^2-(x+y)^2}$

ρ) $\dfrac{\dfrac{a-b}{b}+\dfrac{2a}{a-b}-\dfrac{a^3+a^2b}{a^2b-b^3}}{\dfrac{ab}{a-b}\cdot\dfrac{c-a}{a^2+ab}\cdot\dfrac{a^2-b^2}{c^2-a^2}\cdot\dfrac{c+a}{c}}$

σ) $\dfrac{\dfrac{(x^3-27)(x+3)}{(x^2-y^2)(x-y)}}{\dfrac{(x^2-9)(x+y)\,[x(x+3)+9]}{x^4-2x^2y^2+y^4}}$

87. Simplificar las siguientes expresiones (suponer que las letras toman valores tales que las expresiones existen en todos los casos):

a) $\dfrac{(x+2)^2}{(x+2)^{3/2}}$

b) $\dfrac{ab^{-1/5}}{a^{1/3}b^{-2/5}}$

c) $\dfrac{\dfrac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a^2-b^2}}}{\dfrac{(a+b)^{3/2}}{(a^2-b^2)^{3/2}}}$

d) $\dfrac{\dfrac{(x^2+4x+4)(x-2)}{(x+2)^{1/2}}}{\dfrac{(x^2-4)^{3/2}}{\sqrt{x-2}}}$

e) $\dfrac{x^{-1/2}\ x^{2/5}}{x^{-2/3}\ x^{1/6}\ x^{-3/5}}$

f) $\dfrac{3\sqrt{2}z+\sqrt{8}z-\sqrt{18}z}{2^{3/2}z^{1/2}}$

g) $\dfrac{(x+y)(x-y)}{\sqrt{x^2-y^2}}$

h) $\dfrac{\log_3\sqrt{x}}{\sqrt{\log_3 x}}$

i) $\dfrac{x^{x^2}\cdot(x^x)^2\cdot x^{-2x}}{x^{(x^2)}}$

j) $\left(x^2\right)^x\cdot\left(x^{-2}\right)^{-x}\cdot\left(x^2\right)^{-x}\cdot\left(x^{-2}\right)^x$

k) $\sqrt{\operatorname{sen}^2(\pi+x)-\operatorname{sen}^2 x}$

l) $\sqrt{\operatorname{sen}^2 x}$

m) $\dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^2}{x}$

n) $\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$

ñ) $\dfrac{\left(\sqrt{x-1}\right)^2}{x-1}$

o) $\dfrac{\sqrt{(x-1)^2}}{x-1}$

p) $\dfrac{\sqrt{x-1}\,\sqrt{x-1}}{1-x}$

q) $\dfrac{\sqrt[3]{x+3}}{\sqrt[3]{(x+3)^2}}$

r) $x-1-|x+1|$

s) $\left(x^2\right)^{7/2}$

7. NÚMEROS COMPLEJOS

88. Realizar las operaciones indicadas:

a) $(-3+2\,\mathrm{i})+4\,\mathrm{i}+(-1-2\,\mathrm{i})=$

b) $(0{,}5-\mathrm{i})+(-1{,}5+4\,\mathrm{i})=$

c) $(-0{,}5\,\mathrm{i})+(-3)-(-1-\mathrm{i})=$

d) $2{,}3+0{,}4\,\mathrm{i}-1{,}5-0{,}2\,\mathrm{i}=$

e) $\left(-3-\frac{1}{2}\,\mathrm{i}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}+2\,\mathrm{i}\right)=$

f) $\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)\cdot\left(-2\sqrt{2}+\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)=$

g) $\left(\sqrt{2}-\mathrm{i}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+2\,\mathrm{i}\right)=$

h) $\left(-1+\frac{1}{2}\,\mathrm{i}\right)\cdot(2-2\,\mathrm{i})\cdot\left(-\frac{1}{2}+\mathrm{i}\right)=$

i) $\left(-4+\frac{3}{2}\,\mathrm{i}\right):(-2+\mathrm{i})=$

j) $\frac{2\,\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=$

k) $\left(-\frac{2}{3}\,\mathrm{i}\right):\left(-1+\frac{1}{3}\right)=$

l) $\left(\sqrt{2}-\mathrm{i}\right):\left(\sqrt{2}+\mathrm{i}\right)=$

89. Calcular:

a) $(3+4\,\mathrm{i})^{*}=$

b) $|\,\mathrm{i}-1|=$

c) $\left((\mathrm{i}^{3}-1)^{*}\right)^{*}=$

d) $\left|\frac{1}{2-\mathrm{i}}\right|=$

e) $\left((2+\mathrm{i})^{-1}\right)^{*}=$

f) $\left((2+\mathrm{i})^{*}\right)^{-1}=$

g) $\left|\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\,\mathrm{i}\right|=$

h) $|-3\,\mathrm{i}|=$

i) $\left|(\sqrt{2}-\mathrm{i})^{-1}\right|=$

j) $\left|\sqrt{2}-\mathrm{i}\right|^{-1}=$

k) $\left||3+4\,\mathrm{i}|+\sqrt{11}\,\mathrm{i}\right|=$

l) $\overline{-\mathrm{i}-8}=$

m) $\overline{-3}=$

n) $|-3|^{*}=$

90. Calcular ($a, b>0$, $x\in\mathbb{R}$, $z\in\mathbb{C}$):

a) $\mathrm{i}^{27}=$

b) $(0{,}3\,\mathrm{i})^{2}=$

c) $\frac{1}{\mathrm{i}}=$

d) $\mathrm{i}^{\,\mathrm{i}^{2}}=$

e) $-\frac{1}{\mathrm{i}^{3}}=$

f) $\left(\frac{1}{\mathrm{i}^{3}}\right)^{*}=$

g) $\left(-\frac{3}{2}\,\mathrm{i}\right)^{2}=$

h) $\left(\sqrt{5}\,\mathrm{i}\right)^{2}=$

i) $\mathrm{Re}(-4+7\,\mathrm{i})=$

j) $\mathrm{Im}(4-10\,\mathrm{i})-\mathrm{Re}(2+\mathrm{i})$

k) $\sqrt{-16}=$

l) $-\sqrt{-36}=$

m) $\left(\mathrm{i}^{8}-\frac{1}{2}\,\mathrm{i}^{5}\right)\cdot\left(\mathrm{i}^{2}+2\,\mathrm{i}^{7}\right)\cdot\left(\mathrm{i}^{3}-\frac{1}{2}\,\mathrm{i}^{4}\right)=$

n) $\left(\frac{1}{2}+2\,\mathrm{i}\right)^{2}=$

ñ) $\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\,\mathrm{i}}{2}\right)^{3}=$

o) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}\,\mathrm{i}}{2}\right)^{3}=$

p) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)^2=$

q) $(-2+\mathrm{i})^3=$

r) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}}\right)^2=$

s) $\frac{1}{-\mathrm{i}-7}=$

t) $\frac{8\,\mathrm{i}^2+7\,\mathrm{i}+4}{-5+7\,\mathrm{i}+1}=$

u) $\frac{5}{3-4\,\mathrm{i}}+\mathrm{i}^*=$

v) $\frac{2-\mathrm{i}^3}{3+2\,\mathrm{i}^5}=$

w) $\frac{6\,\mathrm{i}-2}{1+\mathrm{i}^5}+\frac{-2\,\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=$

x) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}\,\mathrm{i}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}\,\mathrm{i}}+(1+\mathrm{i})=$

y) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}\,\mathrm{i}}\cdot\left(\sqrt{5}-\mathrm{i}\right)=$

z) $\frac{(1+\mathrm{i})^3}{(1-\mathrm{i})^3}=$

α) $\frac{2\,\mathrm{i}}{(1-\mathrm{i})^2}+\frac{(1+\mathrm{i})^2}{2\,\mathrm{i}}=$

β) $\frac{\sqrt{b}-\sqrt{ab}\,\mathrm{i}}{\sqrt{a}+\mathrm{i}}=$

γ) $\frac{(b-a)+\sqrt{2ab}\,\mathrm{i}}{\sqrt{2ab}+(a-b)\,\mathrm{i}}=$

δ) $\frac{(a^2-b^2)+(a-b)^2\,\mathrm{i}}{(a+b)+(a-b)\,\mathrm{i}}=$

ϵ) $\left\{[(1-\mathrm{i})\cdot(1+\mathrm{i})]^2\cdot\mathrm{i}\right\}^2\cdot\frac{2-\mathrm{i}}{1+2\,\mathrm{i}}=$

ζ) $\frac{z}{\mathrm{i}^4+2z+\mathrm{i}^2}\cdot(2\,\mathrm{i})^4+\frac{1+\mathrm{i}}{1-2\,\mathrm{i}}+\frac{1-3\,\mathrm{i}}{5}=$

η) $\frac{z-1}{\mathrm{i}^4-z}\cdot\frac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\cdot\frac{z-\mathrm{i}^6 z}{2z}=$

θ) $\frac{1}{\mathrm{i}^{|1+\mathrm{i}|^2}}\cdot\frac{2+\mathrm{i}^3}{\mathrm{i}+2}-\frac{4\,\mathrm{i}^2+\mathrm{i}^5}{5\,\mathrm{i}}=$

ι) $\frac{17}{\mathrm{i}}\cdot\frac{4-\mathrm{i}}{4+\mathrm{i}}+\mathrm{i}^{-3}-8\,\mathrm{i}^2=$

κ) $\frac{z+(2\,\mathrm{i})^2}{-(\sqrt{3}+\mathrm{i})\cdot(\sqrt{3}-\mathrm{i})+z}+3\,\mathrm{i}^4=$

λ) $\frac{-\left(\mathrm{i}\sqrt{3}\right)^2}{\mathrm{i}^2+\mathrm{i}^3}\cdot(-1-\mathrm{i})=$

μ) $\frac{2}{1+\mathrm{i}}\cdot\mathrm{i}^{3+1}+(1+\mathrm{i})^2=$

ν) $\frac{2+\mathrm{i}}{2+2\,\mathrm{i}}-\mathrm{i}-\frac{1}{4}=$

ξ) $\frac{2(3+2\,\mathrm{i})^2}{1-\mathrm{i}}-17\,\mathrm{i}=$

o) $\frac{(3-5\,\mathrm{i})\cdot(4+\mathrm{i})}{17}-2-2\,\mathrm{i}=$

π) $\frac{\mathrm{i}^{27}}{\mathrm{i}^{28}}\cdot(1+\mathrm{i})^2+\frac{2}{1+\mathrm{i}}=$

ρ) $\frac{z+(2\,\mathrm{i})^2}{-\sqrt{16}+z}-\mathrm{i}\,|\sqrt{-4}|=$

σ) $\frac{\left(-\sqrt{2}\,\mathrm{i}\right)^3}{-\mathrm{i}+3}\cdot\frac{2+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}+\mathrm{Re}\left[(1+\mathrm{i})^2\right]=$

τ) $5\,\mathrm{i}^3\cdot\frac{1-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}\cdot(2\,\mathrm{i}^4-2\,\mathrm{i}^3+\mathrm{i})=$

υ) $\frac{5}{2}\cdot\frac{1+\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}\cdot\frac{-2\,\mathrm{i}^3}{\mathrm{i}}-\mathrm{Im}\left(\sqrt{5}-3\,\mathrm{i}\right)=$

ϕ) $\mathrm{i}^{21}\cdot\frac{3+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}-\mathrm{i}=$

χ) $(\cos x+\mathrm{i}\,\mathrm{sen}\,x)^2=$

ψ) $|\cos x+\mathrm{i}\,\mathrm{sen}\,x|=$

ω) $|1+\mathrm{i}|^2-(1+\mathrm{i})^2=$

A) $\mathrm{i}^{|\sqrt{2}/2-\mathrm{i}\sqrt{2}/2|}=$

B) $\dfrac{\frac{1+\mathrm{i}}{|1-\mathrm{i}|}}{\frac{1-\mathrm{i}}{|1+\mathrm{i}|}}=$

C) $\dfrac{\frac{|\mathrm{i}|}{|-\mathrm{i}|}}{\mathrm{i}^*}=$

D) $\dfrac{\frac{x^2-\mathrm{i}^2}{x+\mathrm{i}}}{x-\mathrm{i}}=$

E) $\dfrac{\frac{x^2+\mathrm{i}^2}{(x+1)(x+\mathrm{i})^*}}{\frac{x-1}{x-\mathrm{i}}}=$

8. ECUACIONES LINEALES

91. Hallar el valor de la variable que satisface las siguientes ecuaciones:

a) $-\dfrac{12x}{5} = -4$

b) $8x + 7 = 5x + 28$

c) $5(x - 7) + 7(x + 7) = 42$

d) $\dfrac{1}{2}(4x + 6) - \dfrac{1}{5}(15x + 20) = 5$

e) $93{,}7 + 7{,}3x - 17{,}51x - 19{,}73 = 8{,}45x - 79{,}1 + 3{,}79$

f) $(8 - x) \cdot (x - 3) = (6 - x) \cdot (x - 4)$

g) $\dfrac{4x - 6}{12} - \dfrac{3x - 8}{4} = \dfrac{2x - 9}{6} - \dfrac{x - 4}{8}$

h) $(2x - 5) \cdot (3x - 7) - (3x - 5) \cdot (2x - 7) + 30 = x + x + x + x + x$

i) $\dfrac{5x^2 - 19x - 6}{5} = \dfrac{7x^2 - 29x + 6}{7}$

j) $56 + \dfrac{7x - 10}{4} + \dfrac{x - 7}{7} = 100 - \dfrac{x + 10}{4}$

k) $1 - x^2 - \dfrac{3x + 1}{2} = -\dfrac{x^2}{4} + 5x - \dfrac{3x^2}{4}$

l) $\dfrac{2x - 1}{2} - \dfrac{3x - 2}{3} = \dfrac{4x - 3}{4}$

m) $\dfrac{3x}{5} - 1 + \dfrac{3x}{2} - 5 = -\dfrac{9}{10}x$

n) $\dfrac{8x}{5} - \dfrac{3x}{2} + \dfrac{5x^2 - 3}{10} = \dfrac{2x^2 - 1}{4}$

92. Hallar el valor de x que satisface las siguientes ecuaciones:

a) $ax - a = bx - b$

b) $ax + bx - x = 0$

c) $\dfrac{a(x - 1)}{2} = \left(1 + \dfrac{a}{2}\right) x$

d) $\left(a - \dfrac{x}{2}\right) \cdot \left(a + \dfrac{x}{2}\right) = -\left(\dfrac{x}{2} - 1\right)^2$

e) $\dfrac{-2 + x - a}{4} + x = \dfrac{x - a + 8}{2}$

f) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{a - x}{b} - \dfrac{c}{d} \cdot \left(1 - \dfrac{x}{a}\right) = 1$

g) $\left(\dfrac{m}{a} + \dfrac{n}{b}\right) x - (an + bm) = x - ab$

h) $n^2x + x = n^3 + nx + 1$

93. Resolver los siguientes problemas:

a) ¿Cuál es el número cuya tercera parte sumada a su quinta parte es igual a 40?

b) Las cuatro quintas partes de un número aumentado en 6000 es igual a la mitad de dicho número. Hallar el número en cuestión.

c) ¿De qué número ha de restarse 6/5 para que la diferencia sea igual a su quinta parte?

d) ¿A qué número hay que sumarle 5/2 para que la suma sea igual a su tercera parte?

e) Si a un número se lo multiplica por 3, al producto se le suma 5 y a la suma se la divide por 2, da igual que si se lo multiplicara por 5, al producto se le sumara 4 y a la suma se la dividiera por 3. ¿Cuál es ese número?

f) Al ser preguntado por el dinero que llevaba, un señor contesta: “si gasto la cuarta parte más la tercera parte, lo gastado es igual a 1000 más la sexta parte". ¿Cuánto dinero llevaba?

g) Un padre tiene 30 años y su hijo 2 años. ¿Cuántos años deberán transcurrir para que el padre tenga 8 veces la edad del hijo?

h) Un filatelista dice poseer un número de estampillas tal que triplicado y sumado a la mitad de su consecutivo es igual a 6122. ¿Cuántas estampillas tiene?

i) ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado cuyo perímetro es 10 cm mayor que el de un rectángulo de largo igual al lado del cuadrado y de ancho igual a 4 cm?

j) El número de páginas de un libro es tal, que un séptimo de su suma con 36 es igual a la décima parte del número de páginas. ¿Cuál es el número de páginas de dicho libro?

k) Un tanque de 1200 l se empieza a llenar con una bomba a 70 l/min. Al mismo tiempo, se descarga por varias canillas que arrojan 8 l/min cada una. El tanque se llena a los 40 minutos. ¿Cuántas son las canillas?

l) Las ruedas delanteras y las traseras de un cierto vehículo tienen 0,8 m y 1,1 m de diámetro respectivamente. Calcular la distancia recorrida si las ruedas delanteras dieron 450 vueltas más que las traseras.

m) Un hombre vendió la tercera parte de sus naranjas más 6 naranjas. Luego se picaron la mitad de las que quedaban y 10 naranjas más, quedando 2 naranjas. ¿Cuántas naranjas tenía?

n) Un comerciante compra una pieza de tela de 40 m a 700 el metro. Vende parte a 800 el metro, y el resto a 900 el metro. ¿Qué longitud tenía ese resto si la ganancia fue del 20%?

94. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $2x - |x| = 1$

b) $|x| + |x| = 2$

c) $|x + 1| = 0$

d) $|x - 3| = 3x$

95. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x + y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 5x - y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 3x - y = 18 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 2y = 23 \\ 2x + y = 11{,}5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{9}{10}x - \frac{1}{5}y - \frac{4}{3} = \frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y \\ 6x - 8y - 19 = \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}y + \frac{3}{10} \end{cases}$

g) $\begin{cases} 4x - 3y - 7 = \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y - \frac{25}{6} \\ \frac{2}{3}(y - 1) + x - \frac{3}{10}y = \frac{2}{15}(y - x) + \frac{1}{3}x + \frac{11}{5} \end{cases}$

h) $\begin{cases} x - y = \frac{1}{5}(x + y) \\ 23\left(\frac{8}{3}x - \frac{5}{3}y\right) - 7\left(3x - \frac{2}{3}y\right) = 322 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 2x - 4y = -7 \\ -4x + 8y = -1 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 5x - \frac{4}{5}y - 2x + 3y = \frac{11}{5} \\ \frac{2}{3}x + 3y + 4x - 9y = -6 + 2x \end{cases}$

96. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 1 \\ 3z - 4x - y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 19 \\ 2x + 5y + 3z = 21 \\ 3x - y + z = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y - z = 6 \\ 3y - x - z = 12 \\ 7z - y - x = 24 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 4y + 4z = 300 \\ x + 7y + 7z = 510 \\ 9x + 9y + z = 490 \end{cases}$

e) $\begin{cases} h + i + j = 2 \\ i + h - j = 4 \\ j + h - i = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} a + z + m = 12 \\ z + a - m = 2 \\ -z - m + a = -4 \end{cases}$

97. Resolver los siguientes sistemas lineales: (x, y, z: variables)

a) $\begin{cases} x + ay = 5 \\ ax + y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5 - a = x - (a + 3)y \\ 3x - 5(a + 1)y = a + 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2ab \\ \frac{x}{ab} + \frac{y}{ab} = a + b \end{cases}$

d) $\begin{cases} ax + by = 1 \\ by + cz = 1 \\ ax + cz = 0 \end{cases}$

98. Determinar los valores de las constantes A y B para que se verifique la igualdad indicada.

a) $\dfrac{1}{x^2-1} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x+1}$

b) $\dfrac{x-2}{x^2-1} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x+1}$

99. Verificar si los siguientes sistemas son determinados, indeterminados o incompatibles:

a) $\begin{cases} 2x - y = 10 - 2x \\ 8x - 2 = 2y \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ -3x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \\ 3x - 6y + 12 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 0{,}5y = 1 \\ 4x - 2y - 4 = 0 \end{cases}$

100. ¿Para qué valores de k los siguientes sistemas son determinados, incompatibles o indeterminados?

a) $\begin{cases} kx - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -12x + ky = 1 \\ 3kx - y = -0{,}5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} k + 8 = kx - 4y \\ 2k + 4 = 4x - ky \end{cases}$

d) $\begin{cases} (k-2)x + ky = 1 \\ -5x + ky = -kx + 3y \end{cases}$

101. Resolver los siguientes problemas:

a) La edad de un padre es el doble de la de su hijo, pero hace 18 años la quintuplicaba. Hallar las edades actuales de ambos.

b) Si se aumenta en dos metros el largo y el ancho de un rectángulo, su perímetro es 24 m. Si el largo se disminuye en 2 m, resulta un cuadrado. Hallar los lados del rectángulo.

c) Por la compra de 2 kg de azúcar y 3 kg de yerba, se pagó un total de \$10,1. Si el precio de 4 kg de yerba excede en \$1 al de un kg de azúcar, ¿cuál es el precio de cada artículo?

d) Hallar un número de dos cifras tales que: la cifra de las decenas es 4 menos que la de las unidades; además, si se lo resta del número obtenido invirtiendo el lugar de sus cifras, se obtiene 27.

e) Tres personas poseen en total \$1 440 000. Un tercio de lo que posee la primera excede en \$100 000 lo que posee la segunda; y lo que tienen la segunda y tercera juntas, es exactamente la mitad de lo que tiene la primera. Hallar la cantidad de dinero de cada una.

f) Cuatro hermanos poseen en conjunto \$45. Si el dinero del primero es aumentado en \$2, el del segundo es disminuido en \$2, se duplica el del tercero, y el del cuarto se reduce a la mitad, todos los hermanos tendrían la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

g) Se cambia un billete de \$50 en billetes de \$10 y de \$1. Sabiendo que en total se entregan 23 billetes, ¿cuántos billetes de cada clase hay?

h) Un libro se vende en dos presentaciones: una rústica y una de lujo. Un señor compra 10 rústicas y 3 de lujo, y paga por las 10 primeras \$220 más que por las 3 de lujo. Otro señor compra una de lujo y 2 rústicas, y paga en total la cuarta parte de lo que abonó el anterior. ¿Cuál es el precio de cada presentación?

i) En el planeta Brgztj viven dos especies: los Gélidos y los Cálidos. Sumando los ojos de los 14 Gélidos y los 27 Cálidos del planeta, se obtiene un total de 177 ojos. En un momento dado se encuentran durmiendo la mitad de los Gélidos y la tercera parte de los Cálidos. Si ambas especies duermen cerrando todos sus ojos y hay 111 ojos abiertos en ese momento, ¿cuántos ojos tienen los individuos de cada especie?

j) Un automóvil marca A consume nafta común de \$1,1 el litro, y su rendimiento es 12 l cada 100 km. Otro de marca B consume nafta especial de \$1,3 el litro, y rinde 10 l cada 100 km. Un día, la suma de los kilómetros recorridos por ambos fue de 50 km, y gastaron \$6,56 de nafta. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

k) En un camino trabajan una cuadrilla diurna y otra nocturna, excavando cada hombre 10 m^3 de tierra por día. Cuando en la cuadrilla diurna faltan 5 hombres, se excavan durante el día y la noche 260 m^3 en total. Cuando la cuadrilla diurna está completa, excava por día el doble de la nocturna menos 50 m^3. ¿De cuántos hombres se compone cada cuadrilla?

9. ECUACIONES CUADRÁTICAS

102. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $6x^2 - 5x + 1 = 0$

b) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

c) $(x + 5)^2 + (x - 5)^2 = 50$

d) $(x + 5)^2 + (x - 5)^2 = 0$

e) $4x^2 + 4x + 5 = 0$

f) $2(1 - x) + (x - 1)^2 = 2 - x$

g) $\dfrac{(x+3)^2}{2} - \dfrac{(x-2)^2}{4} + \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{(x+1)(x+3)}{6} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{11x}{3}$

h) $(2x + 3)(2x - 3) = 9(x - 1)$

i) $\dfrac{1}{2}x^2 + 5x + 13 = 0$

j) $5(1 - x^2) = -10(x + 1)$

k) $x(x - 2) - 8(x - 4) = 0$

103. Determinar la naturaleza de las raíces sin resolver la ecuación:

a) $2x^2 - x - 1 = 0$

b) $9x^2 - 6x - 17 = 0$

c) $4x^2 - 4x + 9 = 0$

d) $17x^2 = 0$

104. Hallar los valores de k para que las raíces de la ecuación en x coincidan:

a) $9x^2 - kx + 25 = 0$

b) $x^2 - (k - 3)x + k = 0$

c) $3x^2 + 2(k^2 - 2)x - 4 + 2k^2 = 0$

d) $kx^2 + 2kx + k = 0$

105. Resolver los siguientes problemas:

a) Calcular los tres lados de un triángulo rectángulo sabiendo que sus medidas son tres números enteros consecutivos.

b) El cuadrado de un número entero es igual al siguiente multiplicado por -4. ¿De qué número se trata?

c) ¿Cuál es el número cuyo cuadrado más su triplo es igual a 40?

d) ¿Cuáles son los números enteros que cumplen la condición de que su cuadrado más el duplo del consecutivo es igual a 677?

e) ¿Cuál es el número natural que sumado al cuadrado de su consecutivo da 109?

f) Hallar un número tal que su cuadrado sea igual a su opuesto.

g) ¿Cuál es el número natural tal que la mitad del producto por su consecutivo es igual a 136?

h) La cuarta parte de un número, multiplicada por ese número aumentado en dos unidades, es igual a seis veces y media dicho número. ¿Cuál es el número que cumple esa condición?

i) Si al triplo de un número se le suma la mitad de su cuadrado, se obtiene el duplo del mismo número. ¿Cuál es el número que cumple esa condición?

j) La suma de los cuadrados de tres números pares consecutivos es igual a 200. ¿Cuáles son esos números?

k) La superficie de un rectángulo es de 108 cm^2. Sabiendo que uno de los lados es igual a los 4/3 del otro, calcular las dimensiones del rectángulo.

l) La superficie de un triángulo es de 60 cm^2. ¿Cuánto mide la altura, sabiendo que tiene 2 cm más que la base?

m) La suma de dos números es -14, y la suma de sus cuadrados es 106. ¿Cuáles son los números?

n) La suma de dos números es 5, y la razón de sus cuadrados es 4. ¿Cuáles son los números enteros que cumplen esa condición?

ñ) Hallar el largo y el ancho de un rectángulo tal que su superficie es de 5 m^2 y su perímetro mide 8 m.

o) El producto de dos números es 10; el primero de ellos es igual al duplo del otro, más uno. ¿Cuáles son los números positivos que cumplen esa condición?

p) El cuádruplo de la suma de un número más el duplo de su recíproco es igual a 33. ¿Cuáles son los números que cumplen esa condición?

q) El largo de un rectángulo es tres veces su ancho. Si el largo se incrementa en 2 metros y el ancho se disminuye en 1 metro, el área del rectángulo resultante es de 68 m^2. Hallar las dimensiones del rectángulo original.

r) Calcular las longitudes del minutero y del horario de un reloj sabiendo que la distancia entre sus extremos libres es igual a 17 mm a mediodía y 85 mm a las 9.

s) Calcular un número de dos cifras sabiendo que la suma de las mismas es 6 y que la suma de sus cuadrados es 20.

t) El área de un rectángulo es de 21 cm^2 y su perímetro es de 19 cm. ¿Cuál es la longitud de los lados?

u) Si del número 32 se resta el producto de un número por su duplo, el resultado obtenido es igual al opuesto de la suma de 24 más seis veces dicho número. ¿Qué número natural cumple esa condición?

v) Dos números naturales impares y consecutivos son tales que la diferencia entre el cuadrado del menor menos el cuadrado del mayor, es igual a la diferencia entre el cuadrado del número par comprendido entre ellos y el número 60. ¿Cuáles con esos números?

w) El largo de una caja supera al ancho en 10 cm y la altura es 6 cm menor que el ancho. La superficie de las paredes laterales supera a las superficies de fondo y tapa en 960 cm^2. ¿Cuáles son las longitudes de largo, ancho y altura de la caja?

x) En un triángulo, el cateto menor es igual a los 3/4 del cateto mayor, y es 6 unidades menor que la hipotenusa. Calcular los tres lados del triángulo.

y) En un terreno de 30 por 50 m se desea construir un edificio en torre. Una ordenanza municipal especifica que debe quedar una franja libre de ancho constante que rodee el edificio y de área igual a la construida. ¿En qué sector del terreno debe construirse el edificio?

z) Hallar los dos números tales que su suma es $2m$ y su producto es m^2.

α) Calcular el radio de un círculo sabiendo que la distancia entre dos cuerdas paralelas, iguales a ocho quintos de ese radio, es de 15 cm.

β) Calcular un cateto sabiendo que tiene 6 cm más que su proyección sobre la hipotenusa, y que ésta es de 25 cm.

106. Reconstruir la ecuación cuadrática sabiendo que sus raíces son:

a) $-1 \quad \text{y} \quad -2$

b) $3 + \mathrm{i} \quad \text{y} \quad 3 - \mathrm{i}$

c) $\dfrac{3}{2} \quad \text{y} \quad \dfrac{2}{5}$

d) $0 \quad \text{y} \quad -\dfrac{3}{4}$

107. Factorizar los siguientes polinomios:

a) $x^2 - 5x + 6$

b) $x^2 + 13x + 42$

c) $3x^2 - \dfrac{3}{2}x - \dfrac{3}{2}$

d) $-x^2 + x + 12$

e) $x^2y^2 + 3x^2y + 2x^2 + 3xy^2 + 9xy + 6x + 2y^2 + 6y + 4$

f) $-3a^2x + x^2a^2 + 2a^2$

g) $x^2a^2 + b^2x - xa^2 + 20b^2 - 20a^2 - b^2x^2$

108. Resolver las siguientes ecuaciones bicuadráticas:

a) $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$

b) $(x^2 - 1)^2 + x^2 - 3 = 0$

c) $(x^2 + 3) \cdot (x^2 - 3) + 3(x^2 + 3) = 4$

d) $(2x^2 - 1)^2 - x^2 = 0$

e) $x^4 = 1$

f) $x^4 = 0$

10. ECUACIONES ALGEBRAICAS

109. Resolver las siguientes ecuaciones fraccionarias:

a) $\frac{2-x}{2x} - \frac{1}{x} = \frac{5+4x}{2x}$

b) $\frac{5x^2+12}{10x+2} = \frac{4x-3}{5x+1} + \frac{x}{2}$

c) $\frac{x+6}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} - \frac{2x^2+18}{x^2-9} = \frac{x+9}{x+3}$

d) $\frac{x^2-2x-3}{x^2-x-6} = 0$

e) $\frac{4x}{x^2-4} = \frac{2x}{x+2} - 2$

f) $\frac{x}{x^2+25+10x} + \frac{3}{x^2-25} = \frac{1}{x+5}$

g) $\frac{2}{x^3-x^2+x-1} - \frac{1}{x^2+1} = -\frac{x^2}{x^4-1} + \frac{2}{x^3-x^2-x+1}$

h) $\frac{x}{x-1} = x$

i) $x(x+1) = \frac{4(x+1)}{x}$

j) $\frac{x^2-2x-3}{2(x-3)(x+1)} = 0$

k) $-\frac{1}{3x} - \frac{7x-3}{9x} = \frac{2x}{18x}$

l) $x = \frac{x^2(x-1)}{x-1}$

m) $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{16}{x^2-4}$

n) $\frac{9}{x} - \frac{15}{2} = \frac{7}{x} - \frac{x-1}{3} + \frac{4x+1}{6} + \frac{2}{x}$

ñ) $\frac{5}{3} - \frac{2x^2-76}{24x} = \frac{1-x}{8} - \frac{x-4}{3x}$

o) $x^{-2} + (x+1)^{-1} = -3x^{-1}$

p) $\frac{x^2-1}{(x-1)^2} = -1$

q) $1 + \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2-1}$

r) $1 + \frac{1-x^2}{x^2-1} + \frac{x-2}{x+1} = 0$

s) $\frac{x^2-1}{x^2-x-6} = 0$

t) $\frac{2}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2-2x}$

u) $\frac{(x-1)(x+1)x}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}$

v) $\frac{x^2-3x}{x(x-3)-3+x} + \frac{2}{x+1} = 0$

w) $\frac{2x-1}{x^2-4x+4} - 1 = -1 + \frac{2(x-1)}{x^2-4}$

x) $\frac{2x+2}{(x^2-1)(x-2)} - \frac{x}{x^2-3x+2} = 0$

110. Hallar los valores de x que satisfacen las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2(x+a)}{x-a} - \frac{m+a}{m-a} = \frac{m-a}{m+a}$

b) $\frac{(x^2-a^2)(x-m)}{x^2-m^2} = x-a$

111. Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

a) $4 = x + \sqrt{x-4}$

b) $x = \sqrt{x+5} + 1$

c) $\sqrt{7-x} = x-1$

d) $\sqrt{x} = x$

e) $x+2 = 13 - \sqrt{x-5}$

f) $x^2 + \sqrt{x^2+9} = 21$

g) $\sqrt{5+x^2} = 3$

h) $\sqrt{5+x^2} = -3$

i) $\sqrt{3x^2+5x+7} = 2x+1$

j) $-\sqrt{x-1} = 3$

k) $x = \sqrt{2x+6} + 1$

l) $\sqrt{x^2-5} + 7 = x^2$

m) $\sqrt{x+7} + \sqrt{x-5} = \sqrt{2x+18}$

n) $\sqrt{x^2+5} - \sqrt{x^2-4} = 3$

11. ECUACIONES NO ALGEBRAICAS

112. Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

a) $2^{3x+1} = 128$

b) $10^{3x+1} = 6$

c) $\log_{\sqrt{x}} 16 = 4$

d) $2^x = 5{,}42$

e) $\log x = 3{,}1$

f) $4^{2x} = 16 \cdot 2^{2x+2}$

g) $\log(\log x) = 3$

h) $\log(-\log x) = 3$

i) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x = 0{,}17$

j) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x} = 4$

k) $2x \cdot 3^{\log_3 x} = 1$

l) $3^{\log_3 x^5} = 5$

m) $10^{x^2-5x} = \dfrac{1}{1000000}$

n) $3^{\log_3 2x} = 6$

113. Resolver los siguientes problemas:

a) La magnitud aparente m de una estrella se define mediante la ecuación $m = M + 5\log(d/10)$, donde M es la magnitud absoluta (es decir, el brillo que tendría si estuviera a 10 pc del Sol) y d es la distancia al Sol medida en pc. Calcular la distancia de una estrella al Sol si la diferencia entre sus magnitudes aparente y absoluta es 5.

b) El *nivel de intensidad* B de un sonido se expresa en decibeles según la definición $B = 10\log(I/I_0)$, donde I es la *intensidad* del sonido (energía transportada por unidad de área) e I_0 es una constante que vale 10^{-12} W/m^2. Para una frecuencia de 400 Hz, el sonido más débil que puede oírse tiene un nivel de intensidad de 8,57 decibeles. Calcular la intensidad correspondiente a ese sonido.

114. Verificar si las siguientes igualdades son identidades:

a) $1 + \operatorname{sen}\alpha \tan\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha + \cot\alpha}{\cot\alpha}$

b) $\tan\alpha + \cot\alpha = \dfrac{1}{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}$

c) $\dfrac{\operatorname{sen}2\alpha}{\cos\alpha} = -2\operatorname{sen}\alpha$

d) $\dfrac{(1+\cos\alpha)\cdot(1-\cos\alpha)}{\cos\alpha} = \sec\alpha - \cos\alpha$

e) $\sec\alpha - \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha \cdot \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$

f) $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = (\tan\alpha\cos\beta + \operatorname{sen}\beta)\cos(-\alpha)$

g) $(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 + (\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)^2 = 1$

h) $\dfrac{1}{2}\operatorname{sen}(2x)\sec(-x) = \operatorname{sen}x$

i) $\dfrac{\tan\alpha + 1}{1 - \tan\alpha} = \dfrac{1 + \cot\alpha}{\cot\alpha - 1}$

j) $\operatorname{sen}^4\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = \cos^4\alpha - \cos^2\alpha$

k) $\cot(a + b) = \dfrac{\cot a \cdot \cot b - 1}{\cot a + \cot b}$

l) $1 - \operatorname{sen}\alpha = (\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha)^2$

m) $\operatorname{sen}(x + y) + \operatorname{sen}(x - y) = \tan x \cos y \cos x + \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)\cos(-y)$

n) $1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta = \dfrac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$

ñ) $\cos^2\alpha = 1 - 4\left[1 - \cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)\right]\cdot\cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$

o) $\tan 2\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}2\alpha}{1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha}$

p) $\cos(\alpha + \beta) = \sec\alpha \cdot \cos\beta \cdot \left(1 - \dfrac{\tan\alpha}{\cot\beta}\right)$

q) $4\operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = 1 - \cos^2\alpha$

r) $\cos 2\alpha + 2\operatorname{sen}^2(-\alpha) = 1$

s) $\left[1 - \operatorname{sen}^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)\right]\cdot\left[1 - \tan^2\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)\right] = \cos\alpha$

t) $2 = (1 - \sec^2 x)\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x + \sec^2 x$

115. Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas ($0^\circ \leqslant x < 360^\circ$):

a) $\operatorname{sen}^2 x = \dfrac{1}{4}$

b) $\cos^2 x = 1$

c) $2(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) = 1$

d) $\dfrac{\operatorname{sen} x}{2} = 1$

e) $\operatorname{sen}^2 x = 2 \operatorname{sen} x$

f) $\dfrac{2 \operatorname{sen}(\pi/2 - \alpha)}{\cos(-\alpha)} \cdot \tan(\pi/4) = \csc \alpha$

g) $\operatorname{sen}^2 x + 1 = -2 \operatorname{sen} x$

h) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{sen} x + \cos(x + \pi/4) = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$

i) $\cos^2 \left(\dfrac{x}{2}\right) - \operatorname{sen}^2 \left(\dfrac{x}{2}\right) = \operatorname{sen}^2 x + 1$

j) $\sec^2 x + 1 = \dfrac{5}{2 \cos x}$

k) $-\left[\cos \pi + \cos^2(\pi + \alpha)\right] = 0$

l) $\cos(2x) + 2 \operatorname{sen}^2 x = \cos^2 \left(\dfrac{x}{2}\right)$

m) $1 + \cos(2\alpha) - \cos^2 \alpha = \dfrac{1}{2}$

n) $-\dfrac{1}{2} \cos x + \operatorname{sen}(\pi - x) \cdot \cos(-x) = 0$

ñ) $\cos(2\pi + 2\alpha) = 1$

o) $\cos 2x = \operatorname{sen} x$

p) $\tan x + \cot x = 2$

q) $2 \operatorname{sen} x = \csc x$

r) $\dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = 3 \cot x$

s) $4 \sec^2 x - 7 \tan^2 x = 3$

t) $\operatorname{sen}(2\pi - x) \cdot \operatorname{sen}(2\pi + x) = -3/4$

u) $2 \cos^2(x/2) = -\cos(2x)$

v) $\cos \left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) - \operatorname{sen} \left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \operatorname{sen}(2x)$

w) $\operatorname{sen}(\pi/6 + \alpha) \cdot \cos(\pi/3 + \alpha) = -\dfrac{1}{2}$

x) $\operatorname{sen}(x + \pi/4) \cdot \operatorname{sen}(x - \pi/4) = \dfrac{1}{2} \operatorname{sen} x$

y) $\operatorname{sen} \left(3\pi/2 + x\right) + \cos 3x = 0$

z) $\dfrac{1}{4} - \operatorname{sen} x = \sqrt{\operatorname{sen} x - \dfrac{7}{16}}$

α) $\sec x - 1 = \tan x - \operatorname{sen} x$

β) $\tan x - \operatorname{sen} x = \sec x - 1$

γ) $\cos(\pi/3 + x) - \operatorname{sen}(\pi/3 + x) = 0$

δ) $\operatorname{sen} \left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{x}{2}\right)$

ϵ) $\cos^2 \left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = -\operatorname{sen}(2x)$

116. Resolver los siguientes problemas:

a) Calcular la longitud que debe tener una escalera para que apoyada en una pared alcance una altura de 2,85 m, al formar con el plano del piso un ángulo de 1 radián.

b) Calcular la superficie de un campo rectangular sabiendo que un alambrado que lo atraviesa diagonalmente tiene una longitud de 649 m y forma con uno de los lados limítrofes un ángulo de $37^\circ 26'$.

c) En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 25 m y un cateto 15 m. Calcular la altura correspondiente a la hipotenusa.

d) Calcular la superficie de un trapecio rectángulo sabiendo que sus bases son de 12 m y 8,5 m respectivamente y que el lado oblicuo forma con la base mayor un ángulo de $43^\circ 45' 28''$.

e) Calcular el volumen de un paralelepípedo rectángulo de base cuadrada, sabiendo que la diagonal del paralelepípedo es de 26 cm, y forma con el plano de la base un ángulo de $53^\circ 16' 20''$.

f) Determinar la altura y la superficie de un trapecio isósceles del que se conoce que la base mayor mide 42 cm, la base menor 35 cm, y un ángulo agudo es de $38^\circ 20'$.

g) Calcular la superficie de un triángulo isósceles de 151 m de base, sabiendo que el ángulo opuesto a ella es de $105^\circ 12' 40''$.

12. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

117. Resolver los siguientes triángulos (en todos los casos, las letras minúsculas representan el lado opuesto al ángulo del mismo nombre con letra mayúscula):

a) $\begin{cases} a = 325 \text{ m} \\ A = 30^\circ 45' 20'' \\ C = 87^\circ 30' \end{cases}$ b) $\begin{cases} A = 133^\circ \\ B = 55^\circ \\ a = 1 \text{ m} \end{cases}$

c) $\begin{cases} a = 3456 \text{ m} \\ b = 2941 \text{ m} \\ c = 4079 \text{ m} \end{cases}$ d) $\begin{cases} a = 7 \text{ m} \\ b = 9 \text{ m} \\ C = 60^\circ \end{cases}$

e) $\begin{cases} a = 31 \text{ cm} \\ b = 22 \text{ cm} \\ B = 39^\circ 45' \end{cases}$ f) $\begin{cases} p = 7\ \mu\text{m} \\ q = 4\ \mu\text{m} \\ R = 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} a = 3 \text{ km} \\ b = 4 \text{ km} \\ c = 8 \text{ km} \end{cases}$ h) $\begin{cases} A = 45^\circ \\ B = 30^\circ \\ c = 2{,}5 \text{ cm} \end{cases}$

i) $\begin{cases} A = \pi/3 \\ B = \pi/6 \\ a = 1 \end{cases}$ j) $\begin{cases} a = 1575{,}3 \text{ m} \\ B = 112^\circ 35' 40'' \\ C = 29^\circ 13' 15'' \end{cases}$

k) $\begin{cases} a = 7 \text{ km} \\ b = 5 \text{ km} \\ B = 33^\circ 16' \end{cases}$ l) $\begin{cases} a = 3 \text{ m} \\ b = 4 \text{ m} \\ c = 5 \text{ m} \end{cases}$

118. Resolver los siguientes problemas:

a) Uno de los lados de un triángulo mide 12 m, y su ángulo opuesto mide 20°. Si otro de los lados mide 10 m, hallar el resto de los elementos del triángulo.

b) Los lados de un triángulo miden a, $\frac{1}{2}a$ y $\frac{2}{3}a$. Hallar sus ángulos.

c) Uno de los ángulos de un triángulo mide 0,5 radianes. Si los lados que forman dicho ángulo miden 8 mm y 10 mm, hallar el resto de los elementos del triángulo.

d) Desde un punto del suelo un observador ve que la visual a la punta de una torre forma con la horizontal un ángulo de 30°. Cuando avanza 20 m hacia la torre, dicho ángulo es de 45°. Hallar la altura de la torre.

e) Si se abren completamente un par de tijeras, la distancia entre las puntas de las dos hojas es de 10 cm. Calcular el ángulo que subtienden dichas hojas si su longitud es de 8 cm.

f) Si dos lados de un paralelogramo miden 4 y 3 cm, y el ángulo comprendido es de 120°, ¿cuánto miden las diagonales?

g) Dos puestos de observación A y B, separados por una distancia de 4 km, forman un triángulo con el pico de una montaña. Desde el puesto A, el ángulo entre el pico de la montaña y el puesto B es de 20°, y desde el puesto B, el ángulo entre el pico y el puesto A es de 30°. Calcular las distancias entre el pico y cada uno de los puestos de observación.

h) En un triángulo de vértices A, B y C, el lado AB mide 10 cm y el lado BC mide $\sqrt{3}$ veces lo que mide el lado AC. Hallar las longitudes de los lados sabiendo que el ángulo en A mide 60°.

i) Entre Metrópolis y Ciudad Gótica hay 30 km; entre Ciudad Gótica y Ciudad Central hay 40 km; y entre Ciudad Central y Metrópolis hay 20 km. Hallar los ángulos del triángulo que forman las tres ciudades.

j) Dos torres de alta tensión están conectadas a un generador, y se desea tender un cable entre ellas. Desde el generador, el ángulo formado por las visuales a las torres es de 120°. Si la distancia entre el generador y una de las torres es de 12 km, y la distancia entre el generador y la otra torre es de 3 km, hallar la longitud del cable a tender entre las torres.

k) Un pararrayos está ubicado en la parte más alta de un edificio. Un observador, situado a una cierta distancia, dirige una visual horizontal al edificio y otra al extremo superior del pararrayos; dichas visuales forman un ángulo de $17°25'30''$. Se aleja sobre el terreno horizontal 30 m del edificio, y, al dirigir otra vez una visual horizontal al mismo y una visual al extremo superior del pararrayos, éstas forman un ángulo de $13°10'40''$. Sabiendo que las visuales horizontales de ese observador se encuentran a una altura de 1,60 m, calcular la altura a que se encuentra el extremo superior del pararrayos.

l) Para medir la altura a la que se encuentra un globo de observación, se han elegido dos puntos A y B en tierra, distantes entre sí 1200 m, de tal manera que el globo se encuentra arriba de algún punto de la línea AB. El ángulo de elevación del globo cuando se lo observa desde A es de $51°$, y cuando se lo observa desde B es de $75°$. Determinar a qué altura se encuentra el globo.

m) Una caña de pescar está clavada en la arena a orillas del mar, apuntando en dirección al agua. La caña, de 3 m de longitud, forma con la superficie del agua un ángulo de $60°$. Si la longitud del hilo de pesca, medida desde la punta de la caña hasta la boya en el agua, es 10 veces el largo de la caña, hallar el ángulo que forma el hilo con la caña.

n) Un punto B es inaccesible y no se ve desde el punto A. Para calcular la distancia entre A y B, se eligieron dos puntos C y D, alineados con el punto A, uno a cada lado de la recta que pasa por A y B, y tales que desde ellos pueden verse tanto el punto A como el B. Se midieron las distancias AC y AD, dando como resultado 420 m y 570 m, respectivamente. Desde C, el ángulo subtendido por el segmento AB es de $98°$, mientras que desde D, ese mismo segmento subtiende un ángulo de $76°$. Calcular la distancia AB.

ñ) Desde el puesto de vigía de un barco, un observador ve el extremo superior de un faro con un ángulo de elevación de $40°$, y la base del mismo con un ángulo de elevación de $10°$. El observador está a una distancia horizontal de 80 m del faro, y a 24 m sobre el nivel del mar. ¿Qué altura tiene el faro y a qué altura sobre el nivel del mar está su base?

o) ¿Qué cantidad de cipreses se deben comprar para colocarlos cada medio metro a lo largo del perímetro de un terreno triangular, si se sabe que uno de los lados del terreno mide 20 m, y los ángulos adyacentes al mismo miden $28\overset{\circ}{,}95502$ y $46\overset{\circ}{,}56746$?

p) Una torre se desvía de la vertical, inclinándose hacia el sur. Ubicándose al norte de la torre, en dos posiciones sucesivas que distan del pie de la torre 90 m y 150 m respectivamente, los ángulos que subtiende la misma son $41°10'$ y $27°50'$. Calcular la inclinación de la torre con respecto a la vertical.

q) En un momento dado, la altura de un faro sobre el nivel del agua es de 75 m. Desde una embarcación situada al sur del mismo, con un anteojo ubicado a 2 m sobre el nivel del agua, se dirige una visual al punto más alto del faro; dicha visual tiene una inclinación de $41°30'$. La embarcación se dirige ahora hacia el oeste, y la visual dirigida en las mismas condiciones anteriores tiene una inclinación de $38°15'$. Calcular la distancia entre las dos posiciones de la embarcación.

r) Se desea calcular la distancia entre dos puntos A y B que se encuentran inaccesibles. Un observador mide una distancia de 825 m entre otros dos puntos C y D, coplanares con A y B, y cuya visual no corta a la recta que pasa por A y B. Desde C mide con un teodolito los ángulos $\widehat{DCB} = 37°$ y $\widehat{DCA} = 131°$; igualmente, desde D mide $\widehat{CDA} = 28°$ y $\widehat{CDB} = 125°$. Calcular la distancia entre A y B.

s) Para conocer la altura de una montaña, se instalan dos estaciones de observación A y B. Desde la estación A se mide el ángulo que forma la visual al pico de la montaña con la dirección horizontal, resultando de $52°15'20''$. Se mide también el ángulo que forman la visual al pico y la visual a la estación B, dando como resultado $35°59'40''$. Desde la estación B, se mide el ángulo que forman la visual a la estación A y la visual al pico, resultando un valor de $22°50'$. Calcular la altura de la montaña si la distancia entre las estaciones es de 3500 m y la estación A está a 1355 m sobre el nivel del mar.

t) Demostrar que si se unen con sendos segmentos los extremos del diámetro de una circunferencia con un punto cualquiera de la misma, el ángulo formado por estos segmentos es recto.

13. INECUACIONES

119. Señalar cuáles de las siguientes desigualdades son correctas:

a) $\dfrac{n-1}{n} < \dfrac{n}{n+1}, \quad n \in \mathbb{N}$

b) $-n < n^2, \quad n \in \mathbb{Z}$

c) $\dfrac{n}{n+1} > \dfrac{n^2}{n^2+1}, \quad n \in \mathbb{N}$

d) $\dfrac{n-1}{n} > \dfrac{n}{n+2}, \quad n \in \mathbb{N}$

120. Resolver las siguientes desigualdades. Escribir en cada caso la solución en forma de desigualdad y en forma de conjunto.

a) $p - 5 > 0$

b) $2(x-3) > x+5$

c) $x > x+1$

d) $x < x+1$

e) $4x - 5 < x$

f) $\dfrac{x+1}{2} \geqslant \dfrac{x-1}{3}$

g) $(x-1)^2 \geqslant (x+3)^2$

h) $(x+2)(x-3) \leqslant x^2$

i) $x^2 > x$

j) $\dfrac{1}{x} > 3$

k) $\dfrac{2}{x} - 3 < -1$

l) $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{6}{x}$

121. Resolver las siguientes desigualdades. Escribir en cada caso la solución en forma de desigualdad y en forma de conjunto.

a) $|x| > 0$

b) $-\dfrac{|x|}{2} \geqslant -3$

c) $|x-1| < -2$

d) $|x-5| \leqslant 8$

e) $|x+4| \geqslant 6x$

f) $|-x+1| < 3$

g) $|2-3x| \geqslant 8$

h) $2 \geqslant \left|x - \dfrac{1}{2}\right|$

i) $|2x+4| \geqslant 2$

j) $|3-x| \geqslant 5x$

k) $-|x-1| > 2x$

l) $\left|\dfrac{-x}{2} - 1\right| \geqslant 2$

m) $|x+1| + 3 > |2x|$

n) $-|-x| < -2$

ñ) $|x+1| \geqslant \dfrac{|x|}{2}$

o) $\big||x|-1\big| > 2$

122. Si $a < b$, probar que $a < (a+b)/2 < b$.

123. Resolver los siguientes problemas:

a) ¿Cuáles son los números de dos cifras que multiplicados por 7 dan por resultado números mayores o iguales que 658?

b) Juan, Pedro y Pablo son hermanos. Pablo tiene 11 años, Juan tiene 5 años más que Pedro, y la suma de los años de Juan y Pedro no alcanzan a los de Pablo. ¿Cuántos años tiene Pedro si su edad es un número impar de años?

c) El alquiler de cierta máquina es de $29,95 por la primera hora, y de $8,95 por cada hora adicional. ¿Cuántas horas la puede alquilar una persona que cuenta con $110?

124. Mostrar que de $x > 2$ puede deducirse $x^2 > 4$, pero que de $x > -3$ no puede deducirse $x^2 > 9$. (Nótese que, por lo tanto, no es lícito elevar al cuadrado ambos miembros de una inecuación.)

14. FUNCIÓN LINEAL

125. Sean los conjuntos $A = \{1\,,2\}$ y $B = \{a\,,b\,,c\}$. Hallar los productos cartesianos $A \times A$, $A \times B$, $B \times A$ y $B \times B$. Graficar.

126. Sean los conjuntos $A = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ 2 \leqslant x < 4\}$ y $B = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ -3 < x \leqslant 5\}$. Graficar $A \times A$, $A \times B$, $B \times A$ y $B \times B$.

127. Sea la aplicación $\mathcal{A} = \{(x\,,y) \mid x \in A,\ y \in B,\ x \leqslant y\}$, con $A = \{4\,,5\,,6\,,7\,,8\,,9\}$ y $B = \{1\,,2\,,3\,,4\,,5\,,6\}$. Escribir el conjunto $\mathcal{A}$ por extensión, y graficar $A \times B$ y $\mathcal{A}$ en un mismo gráfico. Hallar la aplicación inversa $\mathcal{A}^{-1}$ por comprensión y por extensión, y graficar $B \times A$ y $\mathcal{A}^{-1}$ en un mismo gráfico.

128. Sea la aplicación $\mathcal{B} = \{(x\,,y) \mid x \in A,\ y \in B,\ y = 2x\}$, donde $A = B = \{-3\,,-2\,,-1\,,0\,,1\,,2\,,3\}$. Hallar $\mathcal{B}$ por extensión y el conjunto imagen.

129. Sean los conjuntos $A = \{1\,,2\,,3\,,4\}$ y $B = \{2\,,3\,,4\}$. Si la aplicación $\mathcal{A}$ es tal que $\mathcal{A} = \{(x\,,y) \mid x \in A,\ y \in B,\ x > y\}$, hallar $\mathcal{A}^{-1}$ por comprensión y por extensión.

130. Sea $A = \{1\,,3\,,5\,,7\,,9\}$. Se define la aplicación $\mathcal{A} = \{(x\,,y) \mid x \in A,\ y \in A,\ y = 2x - 1\}$. Escribir $\mathcal{A}^{-1}$ por extensión.

131. Sean los conjuntos $A = \mathbb{R}$ y $B = \mathbb{R}^-$. Sea la aplicación $\mathcal{T} = \{(x\,,y) \mid x \in A,\ y \in B,\ y = x^2\}$. Escribir $\mathcal{T}$ por extensión.

132. Sean $A = \{1\,,2\,,3\}$ y $B = \{3\,,4\,,5\}$ los conjuntos de partida y de llegada de la aplicación $\mathcal{A} = \{(1\,,3)\,,(1\,,4)\,,(2\,,3)\,,(2\,,4)\}$. Explicitar por qué la aplicación $\mathcal{A}$ no es función.

133. Sea la aplicación $\mathcal{A} = \{(x\,,y) \mid x \in A,\ y \in B,\ x > y\}$, donde $A = \{2\,,4\,,6\,,8\}$ y $B = \{1\,,9\}$. Escribir $\mathcal{A}$ por extensión. ¿Es $\mathcal{A}$ una función?

134. Sea $\mathcal{D} = \{(x\,,y) \mid x \in \mathbb{R},\ y \in \mathbb{R},\ y = 0 \text{ si } x \in \mathbb{Q},\ y = 1 \text{ si } x \notin \mathbb{Q}\}$. ¿Es $\mathcal{D}$ una función? Escribir el conjunto imagen.

135. Indicar qué conjuntos son el dominio, el codominio y la imagen de las siguientes funciones:

a) $\begin{cases} f : \mathbb{Q} \to \mathbb{R} \\ f(x) = x \end{cases}$

b) $\begin{cases} f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \\ f(x) = x + 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \\ f(x) = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ f(x) = 2x \end{cases}$

136. Construir una tabla de valores y graficar las siguientes funciones:

a) $\begin{cases} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ f(x) = 2x - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ f(x) = -4x + 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ f(x) = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \\ f(x) = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ f(x) = x/2 + 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \\ f(x) = x/2 + 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} f : [-1\,,2) \to [-10\,,15] \\ f(x) = x/2 + 1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \\ f(x) = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{3} \end{cases}$

137. Dadas las siguientes funciones lineales de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, hallar las intersecciones con los ejes coordenados:

a) $f(x) = 3x + 4$

b) $f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 3$

c) $f(x) = 7x$

d) $f(x) = a \quad (a \in \mathbb{R})$

138. Hallar en cada caso la ecuación de la recta que pasa por el par de puntos indicado:

a) $(1,2)$ y $(3,-1)$

b) $(-1,4)$ y $(-2,-2)$

c) $(3,-5)$ y $(0,0)$

d) $(0,-1)$ y $(4,-1)$

139. Hallar en cada caso la ecuación de la recta que pasa por el punto indicado y cuya pendiente es m:

a) $(3,4)$ y $m = 3$

b) $(\sqrt{2},\pi)$ y $m = -1$

c) $(0,0)$ y $m = 0$

d) $(-3,-3\mathrm{e})$ y $m = \mathrm{e}$

140. Hallar la ecuación de la recta paralela a $y = -x + 1/2$ y que pasa por el punto $(3,0)$.

141. Hallar la ecuación de la recta paralela a $-x + 2y = 1$ y que pasa por el punto $(-1,1/3)$.

142. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2,2)$ y $(-1,0)$. Hallar la ordenada al origen, la raíz y la pendiente.

143. Hallar la ecuación de la recta paralela al eje x y que pasa por el punto $(1,2)$.

144. Hallar la pendiente de una recta que es perpendicular a otra que pasa por los puntos $(-3,1)$ y $(-1,0)$.

145. Hallar la ecuación de la recta tal que su pendiente es $1/2$ y su raíz es $(-2,0)$.

146. Hallar la ecuación de la función lineal g que cumple que $g(3) = 1/2$ y $g(4) = -1/2$.

147. ¿Qué ángulo forma la recta $y = -16x + 16$ con el semieje positivo de las abscisas?

148. Dada la recta $y = 2x + 4$, encontrar la ecuación de la recta perpendicular a ella cuya ordenada al origen es $(0,3)$.

149. Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(-2,1)$ y es paralela a otra recta definida por los puntos $(-5,-5)$ y $(1,3)$.

150. Hallar la ecuación de una recta que es perpendicular a $y = 3x - 7$, sabiendo que se intersectan en el punto $(3,2)$.

151. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2,1)$ y corta al eje x en $x = 4$.

152. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y forma un ángulo de 60° con el eje positivo de las abscisas.

153. Hallar la ecuación de la recta que tiene una inclinación de 30° con respecto al eje positivo de las x, y que pasa por el punto $(1,3)$.

154. Hallar las coordenadas de la intersección entre la recta $-2x+y+3 = 0$ y la recta que pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente -3.

155. Hallar el valor de b que hace que la recta que une los puntos $P(-4,3)$ y $Q(b,1)$ tenga una pendiente $m = -1/2$.

156. Hallar los vértices del triángulo formado por las rectas $3x - 2y = -6$, $2y + x = 6$ y $6y - x = 2$, y representarlo gráficamente.

157. Sean las rectas de ecuaciones $2x - 8y - 6 = 0$, $4x - 2y + 2 = 0$, $x - 4y + 4 = 0$ y $2x - y - 6 = 0$. Probar que el cuadrilátero determinado por estas rectas es un paralelogramo. Hallar las ecuaciones de las rectas que contienen a sus diagonales, y mostrar que se cortan en el punto medio de ambas. (Indicación: recordar que la distancia entre dos puntos del plano $P(P_x,P_y)$ y $Q(Q_x,Q_y)$ viene dada por $D = \sqrt{(P_x - Q_x)^2 + (P_y - Q_y)^2}$.)

158. Sean las funciones $f(x) = x + 1$ y $g(x) = \dfrac{(x-1)(x+1)}{x-1}$. Determinar el dominio natural en cada caso. ¿Son iguales las funciones? Graficar $g(x)$.

15. FUNCIONES NO LINEALES

159. Construir una tabla de valores y graficar las siguientes funciones:

a) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ f(x) = 2x^2 + 3x - 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} f: (-1\,,1) \to \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 + \dfrac{1}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} f: [-3/2\,,5/2] \to \mathbb{R} \\ f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} f: [-3/2\,,5/2] \to \mathbb{R} \\ f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x \end{cases}$

160. Dadas las siguientes funciones cuadráticas de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, hallar las intersecciones con los ejes coordenados, el vértice, la imagen y graficar:

a) $f(x) = x^2 - x - 2$

b) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

c) $f(x) = x(2 - x) + 24$

d) $f(x) = x^2 - 2x + 2$

161. Hallar las coordenadas del vértice de la parábola $f(x) = -x^2/7 + 2x$.

162. Se tiene una parábola cuya imagen es el intervalo $(-\infty\,, 1/2]$, y cuyas raíces son 3 y -2. Hallar las coordenadas de su vértice.

163. Una parábola pasa por los puntos $(-1\,,0)$, $(1\,,0)$ y $(0\,,-1)$. Hallar las coordenadas del vértice.

164. Hallar el valor de b para que la parábola $f(x) = 3x^2 + bx + 1$ corte al eje x en un solo punto.

165. Hallar los valores de b tales que la parábola $f(x) = x^2 + bx + 4$ corte al eje x.

166. Una parábola pasa por los puntos $(1\,,3)$, $(-1\,,1)$ y $(2\,,7)$. Hallar la función correspondiente.

167. Hallar los puntos de intersección de las siguientes funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$. Graficar en todos los casos.

a) $\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = x^2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} f(x) = x^2 \\ g(x) = -x^2 + 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f(x) = x^2 + 2x \\ g(x) = x^2 + 2x + 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} f(x) = x - 1 \\ g(x) = x^2 \end{cases}$

168. Indicar el dominio natural y la imagen de las siguientes funciones: x^2, $-x^2$, $\sqrt{x}$, $-\sqrt{x}$, $\sqrt{-x}$ y $-\sqrt{-x}$. Representar todas ellas en un mismo gráfico.

169. Indicar el dominio natural y la imagen de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \log_3 x$

b) $f(x) = \log_x 3 \quad (\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R})$

c) $f(x) = 3^x$

d) $f(x) = \ln(\ln x)$

e) $f(x) = \sqrt{x + 3}$

f) $f(x) = \sqrt[3]{x + 3}$

g) $f(x) = |x + 1|$

h) $f(x) = |x| + 1$

i) $f(x) = \operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

j) $f(x) = \operatorname{arcsen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

170. Representar gráficamente las siguientes funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$:

a) $f(x) = x \operatorname{sen} x$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x - 1}$

c) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leqslant -1 \\ 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ -x & \text{si } x \geqslant 0 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \neq 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

16. VECTORES

171. ¿Cuáles son las componentes del vector cuyo origen es el punto $(-1\,,0\,,2)$ y el extremo el punto $(2\,,-3\,,-5)$?

172. Hallar el módulo del vector de origen $(-5\,,5\,,7)$ y extremo $(-4\,,3\,,4)$.

173. Un vector tiene un módulo $A = 13$, y sus dos primeras componentes son $A_1 = 3$ y $A_2 = 4$. ¿Cuál es la tercera componente?

174. Un vector de módulo $\sqrt{3}$ tiene las tres componentes iguales. ¿Cuánto valen?

175. ¿Cuál es la condición para que un vector esté en el plano yz?

176. Dados el módulo y los ángulos de posición, hallar las componentes de los siguientes vectores:

a) $\begin{cases} A = 1 \\ \theta = 30^\circ \\ \varphi = 120^\circ \end{cases}$ b) $\begin{cases} A = 5 \\ \theta = 12^\circ \\ \varphi = 304^\circ \end{cases}$

c) $\begin{cases} A = 1 \\ \theta = 45^\circ \\ \varphi = 45^\circ \end{cases}$ d) $\begin{cases} A = 10 \\ \theta = 120^\circ \\ \varphi = 180^\circ \end{cases}$

e) $\begin{cases} A = 2 \\ \theta = 90^\circ \\ \varphi = 0^\circ \end{cases}$ f) $\begin{cases} A = 3 \\ \theta = \pi \\ \varphi = 1 \end{cases}$

177. Hallar las componentes del vector de módulo 2 situado en el plano xy que forma un ángulo de $\pi/6$ con el eje x.

178. Hallar los ángulos de posición de los siguientes vectores:

a) $(1\,,1\,,1)$ b) $(1\,,1\,,-1)$

c) $(1\,,-1\,,1)$ d) $(1\,,-1\,,-1)$

e) $(-1\,,1\,,1)$ f) $(-1\,,1\,,-1)$

g) $(-1\,,-1\,,1)$ h) $(-1\,,-1\,,-1)$

179. Hallar los ángulos de posición de un vector situado en el plano xy cuya dirección es la de la bisectriz del cuadrante $x\,,-y$.

180. Hallar los ángulos de posición de los vectores paralelos al eje z.

181. Dados los vectores $\mathbf{A} = (3\,,-2\,,0)$, $\mathbf{B} = (5\,,-1\,,-4)$, $\mathbf{C} = (-4\,,3\,,1)$ y $\mathbf{D} = (0\,,0\,,1)$, hallar los siguientes vectores:

a) $\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C} - \mathbf{D} =$ b) $\mathbf{A} - \mathbf{D} + \mathbf{C} =$

c) $\mathbf{A} - 2\mathbf{B} + 3\mathbf{C} =$ d) $-2\mathbf{A} + 4\mathbf{B} + 2(\mathbf{A} - \mathbf{D}) =$

182. Calcular los siguientes productos escalares. Hallar, en cada caso, el ángulo que forman los vectores.

a) $(-1\,,-1\,,3)\cdot(-2\,,1\,,-3) =$ b) $(-2\,,1\,,3)\cdot(6\,,7\,,-2) =$

c) $(4\,,-2\,,0)\cdot(1\,,-5\,,-3) =$ d) $(3\,,-3\,,3)\cdot(-2\,,2\,,-2) =$

e) $(-1\,,0\,,2)\cdot(2\,,1\,,1) =$ f) $(-1\,,0\,,2)\cdot(-2\,,0\,,4) =$

183. Dado el vector $\mathbf{A} = (-1\,,0\,,1)$, calcular:

a) $A^2 + \mathbf{A}^2 + |\mathbf{A}|^2 + \mathbf{A}\cdot\mathbf{A} =$ b) $(\mathbf{A} + \mathbf{A})^2 =$

184. Probar la identidad:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \frac{1}{2}\left(|\mathbf{A}+\mathbf{B}|^2 - |\mathbf{A}|^2 - |\mathbf{B}|^2\right).$$

185. Demostrar que, para cualesquiera vectores **A** y **B**, se cumple:

a) $|\mathbf{A}+\mathbf{B}| \leqslant |\mathbf{A}|+|\mathbf{B}|$ b) $\big|\,|\mathbf{A}|-|\mathbf{B}|\,\big| \leqslant |\mathbf{A}-\mathbf{B}|$

(Indicación: al elevar al cuadrado una desigualdad cuyos miembros son positivos, el sentido de la desigualdad se conserva.)

186. Mostrar que la igualdad $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}$ puede significar: a) que **A** es el vector nulo, b) que los vectores **B** y **C** son iguales, o c) que el vector **A** es perpendicular al vector $\mathbf{B}-\mathbf{C}$. (Nótese que, por lo tanto, de la igualdad inicial no se deduce $\mathbf{B}=\mathbf{C}$, es decir, el producto escalar no admite la propiedad cancelativa.)

187. Demostrar que si los vectores $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ y $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ son perpendiculares, necesariamente $|\mathbf{A}|=|\mathbf{B}|$. Interpretar geométricamente.

188. Calcular los siguientes productos vectoriales:

a) $(1\,,-2\,,0)\times(-3\,,1\,,4)=$ b) $(4\,,1\,,-2)\times(-1\,,2\,,1)=$

c) $(-1\,,3\,,2)\times(2\,,-6\,,-4)=$ d) $(1\,,0\,,0)\times(0\,,1\,,0)=$

189. Dados dos vectores cualesquiera **A** y **B**, calcular $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})$. (Indicación: pensar antes de ponerse a hacer cuentas.)

190. Dados los vectores $\mathbf{A}=(-1\,,2\,,3)$ y $\mathbf{B}=(0\,,\frac{1}{2}\,,5)$, calcular $(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot(\mathbf{A}-\mathbf{B})$.

191. Dados los vectores $\mathbf{A}=\mathbf{e}_x+\mathbf{e}_y-\mathbf{e}_z$ y $\mathbf{B}=2\mathbf{e}_x-3\mathbf{e}_z$, calcular $(\mathbf{A}\times\mathbf{B})^2$.

192. Dados los vectores $\mathbf{A}=-2\mathbf{e}_x+\mathbf{e}_y+\mathbf{e}_z$ y $\mathbf{B}=3\mathbf{e}_x-\mathbf{e}_z$, calcular $3(\mathbf{A}+\mathbf{B})\times\mathbf{B}$.

193. Dados los vectores $\mathbf{A}=(1\,,0\,,-1/2)$ y $\mathbf{B}=(7\,,-4\,,2)$, verificar si son perpendiculares.

194. Dados los vectores $\mathbf{A}=(1\,,0\,,-1)$ y $\mathbf{B}=(2\,,-3\,,1)$, calcular $\mathbf{A}\times\mathbf{B}-\mathbf{A}$.

195. Dados los vectores $\mathbf{A}=\mathbf{e}_x-2\mathbf{e}_y+3\mathbf{e}_z$, $\mathbf{B}=\mathbf{e}_z$ y $\mathbf{C}=4\mathbf{e}_x-\mathbf{e}_y$, calcular $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$.

196. Dados los vectores $\mathbf{A}=(2\,,2\,,-2)$ y $\mathbf{B}=(1\,,-1\,,0)$, calcular $\frac{\mathbf{A}}{2}\cdot 4\mathbf{B}$.

197. Dados los vectores $\mathbf{A}=(3\,,5\,,2)$, $\mathbf{B}=(1\,,3\,,-1)$ y $\mathbf{C}=(1\,,-1\,,4)$, calcular $|\mathbf{A}+\mathbf{B}|(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$.

198. Dados los vectores $\mathbf{A}=-2\mathbf{e}_x-4\mathbf{e}_y+\mathbf{e}_z$, $\mathbf{B}=\mathbf{e}_x+3\mathbf{e}_y$ y $\mathbf{C}=\mathbf{e}_x-\mathbf{e}_z$, calcular $\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$.

199. Dados los vectores $\mathbf{A}=(-62\,,47\,,13)$ y $\mathbf{B}=(11\,,-17\,,41)$, calcular $2\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{B})$.

200. Dados los vectores $\mathbf{A}=-\mathbf{e}_x+\mathbf{e}_z$ y $\mathbf{B}=\mathbf{e}_y+2\mathbf{e}_z$, calcular $(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})(\mathbf{A}\times\mathbf{B})$.

201. Dados los vectores $\mathbf{A}=\mathbf{e}_x+\mathbf{e}_y-\mathbf{e}_z$ y $\mathbf{B}=2\mathbf{e}_x-\mathbf{e}_y+\mathbf{e}_z$, calcular $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})$.

202. Dados los vectores $\mathbf{A}=(-1\,,\frac{1}{2}\,,\frac{1}{2})$, $\mathbf{B}=(2\,,0\,,\frac{1}{5})$ y $\mathbf{C}=(0\,,-1\,,2)$, calcular $\mathbf{A}^2(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$.

203. Hallar k para que los vectores $\mathbf{T}=(2\,,3\,,3)$ y $\mathbf{U}=(k\,,-2\,,4)$ sean ortogonales.

204. Dados dos vectores cuyos módulos valen 1/2 y 3, y sabiendo que su producto escalar vale 9/10, hallar (sin calculadora) el módulo de su producto vectorial.

205. Sean los vectores $\mathbf{U}=(a\,,1\,,0)$, $\mathbf{V}=(-1\,,1\,,-1)$ y $\mathbf{W}=(2\,,2\,,-1)$. Calcular el valor de a para que **U** sea perpendicular a $\mathbf{V}\times\mathbf{W}$.

206. Hallar el producto vectorial entre el vector $\mathbf{A}=(1\,,-1\,,3)$ y el **B**, siendo este último de módulo 15 y paralelo al $\mathbf{C}=(3\,,0\,,4)$.

RESPUESTAS

1. al recto
2. 2 rectos
3. al plano
4. el recto
5. el recto
6. el nulo
7. al plano
8. a) F
   b) V
   c) F
9. no
10. sí
11. sí
12. si es rectángulo
13. ninguna
14. acutángulo; equilátero
15. nunca
16. cuando es escaleno
17. si es rectángulo
18. complementarios
19. sí
20. sí
21. no
22. a un cuadrado
23. iguales; suplementarios
24. sí
25. un diámetro
26. 2π
27. sí
28. sí
29. no
30. sí; sí; no; sí
31. $n+1$; $2n$
32. $2n$; $3n$
33. un octaedro
34. a una pirámide
35. a un prisma
36. no
37. a un paralelepípedo
38. sí
39. cuando se cortan en un punto
40. no
41. infinitos
42. 26,99 cm; 49,13 cm^2;
    28,27 cm; 25,07 cm^2
43. 27,83 cm^2
44. 12,12 m
45. 73,5 m
46. 399,41 cm^2
47. 3311,7 cm^2
48. 7,10 cm
49. $1/27$
50. sí
51. no necesariamente
52. no
53. una circunferencia
54. a) mcd= 12; mcm= 120
    b) mcd= 35; mcm= 70
    c) mcd= 1; mcm= 222
    d) mcd= 6; mcm= 720
55. a) $11/3$
    b) $2/3$
    c) -1
    d) $17/2$
    e) $3/40$
    f) $35/6$
    g) $8/45$
    h) $-9/16$
    i) 5
    j) 3
    k) $\sqrt{3}$
    l) $3a^{5/4}$
    m) 2
    n) $1/2$
    ñ) $2^{7/6}$
    o) $5^{4/9}$
    p) $4/3$
    q) $\left(3/5\right)^{1/3}$
    r) $3\sqrt{2}$
    s) $5^{1/2}2^{-1/4}$
    t) 4
    u) $5^{-2/3}$
    v) $x^{1/2}$
    w) -4
    x) 1000
    y) 8
    z) 2^5
    α) 0
    β) $2^{29/8}$
    γ) $-4/3$
    δ) $1/10$
    ϵ) $1/4$
    ζ) $25/18$
    η) 13
    θ) 3
    ι) 2
56. a) $(2^4)^2 \neq 2^{16}$
    b) $5^8/5^{-6} \neq 1^{14}$
    c) $0^0 \neq 0$
    d) $\sqrt{-4}\sqrt{-25} \neq \sqrt{(-4)(-25)}$
57. $4\sqrt{3}$ cm; 48 cm^2; 288 cm^2;
    6 cm; $\sqrt{3}/2$
58. a) 11
    b) 510
    c) 0,47619
    d) $1{,}05770 \times 10^{66}$
    e) $2{,}47405 \times 10^{-30}$
    f) $1{,}20721 \times 10^{-53}$
    g) $1{,}08515 \times 10^{-79}$
    h) $2{,}67509 \times 10^{85}$
    i) 1 (0)
    j) 2,29740 (error)
    k) 1,625
    l) $-1{,}10257$
59. a) e = 2,71828 . . .
    b) e = 2,71828 . . .
60. a) 4
    b) 2
    c) $4/3$
    d) $1/2$
    e) 1
    f) -1
    g) $1/2$
    h) $3/2$
    i) $1/2$
    j) $-1/2$
    k) $3/4$
    l) 0
    m) 4
    n) 2
    ñ) $5/2$
    o) $-1/4$
    p) -6
    q) $9/2$
    r) 10
    s) -1
61. a) F
    b) V
    c) F
    d) V
    e) F
    f) V
    g) F
    h) V
    i) V
    j) V
62. a) 4
    b) 1
    c) -3
    d) 0
    e) 0
    f) 1
    g) 0
    h) 1
    i) 1

j) -6
k) 9
l) 1
m) $3/4$
n) 3
ñ) 6
o) 0
p) $3/2$
q) 8
r) 7
s) -5
t) -2
u) 4
v) 2
w) -7
x) 3
y) 1
z) -1
α) $17/5$
β) 0

63. a) 1,11394
b) 2,56495
c) 0,68261
d) 0,58852
e) 3,16993
f) 4,36532
g) 1,43902
h) $-0{,}79248$
i) 1,44270
j) 0,87357

64. a) 3,16228
b) 137,18700
c) 1,73137
d) 1,10517
e) 1,11053
f) $-2{,}40599$
g) 1,58740
h) 39,47842
i) 0,60551
j) 2,43829
k) 15,15426
l) 1,23285
m) 0,86135
n) 1,16096
ñ) 9,86960
o) 0,69315

65. a) $2{,}54389 \times 10^{25}$
b) $8{,}45535 \times 10^{53}$
c) $6{,}57576 \times 10^{18}$
d) 2716,92262
e) $2{,}88417 \times 10^{91}$
f) 97,38676

66. a) $x > 1$
b) $x > 1 \wedge x \neq 10$
c) $x \in \mathbb{R} - \{0\}$
d) $x \in \mathbb{R} - \{-1\,,0\,,1\}$

67. a) $\pi/6$; 2^{h}
b) $\pi/4$; 3^{h}
c) 3π; 36^{h}
d) 0,75049; $2^{\mathrm{h}}52^{\mathrm{m}}$
e) 1,70024; $6^{\mathrm{h}}29^{\mathrm{m}}40^{\mathrm{s}}$
f) 2,61898; $10^{\mathrm{h}}0^{\mathrm{m}}13\overset{\mathrm{s}}{,}6$

68. a) $108°$; $7^{\mathrm{h}}12^{\mathrm{m}}$
b) $240°$; 16^{h}
c) $22°30'$; $1^{\mathrm{h}}30^{\mathrm{m}}$
d) $57°17'44\overset{\prime\prime}{,}81$; $3^{\mathrm{h}}49^{\mathrm{m}}10\overset{\mathrm{s}}{,}99$
e) $28°38'52\overset{\prime\prime}{,}4$; $1^{\mathrm{h}}54^{\mathrm{m}}35\overset{\mathrm{s}}{,}49$
f) $343°46'28\overset{\prime\prime}{,}84$; $22^{\mathrm{h}}55^{\mathrm{m}}5\overset{\mathrm{s}}{,}92$

69. a) $45°$; $\pi/4$
b) $153°48'$; 2,68432
c) $257°48'15''$; 4,49953
d) $17°0'30''$; 0,29685
e) $123°36'$; 2,15723
f) $30''$; $1{,}45444 \times 10^{-4}$

70. a) 6366198 m
b) 1,45 mm
c) 45 m

71. a) II
b) I
c) II
d) I
e) IV
f) II
g) IV
h) imposible

72. a) $16°$: $+ - -$
b) $80°20'$: $+ - -$
c) $50°32'44''$: $- + -$
d) $20°$: $+ + +$
e) $42°0'10''$: $- - +$
f) $89°59'59''$: $+ - -$
g) $89°59'59''$: $- - +$
h) 0,4467 : $- + -$

73. a) $-5\operatorname{sen}\alpha$
b) $-\operatorname{sen}\alpha$
c) $-\cos^2\alpha$
d) $2\operatorname{sen}\alpha$
e) 0
f) 1
g) $3\operatorname{sen}\alpha$
h) 0
i) 0
j) -1
k) 1
l) 4
m) 1
n) 1

74. a) I o II; I
b) III o IV; I
c) I o II; II
d) III o IV; II

75. a) $\pm 24/25;\ -7/25;\ \pm 24/7$
b) $\pm\sqrt{3}/2;\ -1/2;\ \pm\sqrt{3}$

76. a) $1/4$; $\sqrt{15}/4$; $1/\sqrt{15}$
b) $3/\sqrt{10};\ -1/\sqrt{10};\ -3$

77. —

78. a) $158°30'24\overset{\prime\prime}{,}66$
b) $-20°35'48''$
c) $199°11'32\overset{\prime\prime}{,}99$
d) $13°10'37\overset{\prime\prime}{,}24$
e) $162°39'42\overset{\prime\prime}{,}82$
f) $225°16'8\overset{\prime\prime}{,}16$
g) $232°28'0\overset{\prime\prime}{,}32$
h) $95°11'39\overset{\prime\prime}{,}94$

79. a) $\pm 73°44'23\overset{\prime\prime}{,}26$
b) $60°$; $120°$
c) $90°$
d) $0°$; $180°$
e) $135°$; $225°$
f) $45°$; $135°$
g) $-45°$; $135°$
h) $89°50'1\overset{\prime\prime}{,}63$; $269°50'1\overset{\prime\prime}{,}63$
i) $89°59'57\overset{\prime\prime}{,}94$;
$269°59'57\overset{\prime\prime}{,}94$
j) $-60°$; $120°$
k) $-28°59'58\overset{\prime\prime}{,}57$; $151°0'1\overset{\prime\prime}{,}43$
l) $154°10'16\overset{\prime\prime}{,}37$;
$205°49'43\overset{\prime\prime}{,}63$
m) $15°$; $75°$; $195°$; $255°$
n) $-75°;\ -15°$; $105°$; $165°$

80. a) a^2bx
b) $\frac{83}{20}x^2y$
c) $-\frac{5}{8}a^3b^4c^4$
d) $-8ab^2cm$
e) $\frac{32}{35}a^3bx^3y^2$
f) $\frac{4}{9}a^2brtyz^2$
g) $-2n^2x$
h) $-6a^3bc$
i) $-\frac{1}{5}m^7x^5$
j) $-10b^{-3}c^3$(no es monomio)

81. $a = 2$; $b = 3$; $c = 1$; $d = -3/2$

82. a) $\frac{23}{20}z^3 + z + 2$
b) $1{,}2mx^2 - 8{,}5ab^2c + 7{,}3ab^2c^2$
c) $14dc + 2x + 11y - 9d - 8b + 1$
d) $a^4 - b^4$

e) $-\frac{3}{10}a^4b^7x+\frac{1}{2}a^3b^8x+\frac{1}{20}ab^6x$

f) $3x^5z-\frac{5}{6}x^4z^2+\frac{1}{6}x^3z^3+$
$+\frac{11}{6}x^2z^4-xz^5+\frac{1}{2}z^6$

g) $6a^5x^5+2a^3x^3y^2+54a^2x^2y^3+$
$+72axy^4+26y^5$

h) $-r+\frac{1}{3}s-\frac{2}{5}r^2s+\frac{1}{2}s^2$

i) $\frac{1}{12}b^2c^3m-\frac{2}{15}b^3cm-\frac{10}{3}bmc^2$

j) $-1+\frac{2}{3}z-2yz$

k) $3x^4y-\frac{3}{25}x^3y^3+\frac{1}{3}y$

l) $25a^2b^2+10abx^3y^3+x^6y^6$

m) $\frac{1}{4}a^2m^6+\frac{1}{4}n^{10}-\frac{1}{2}am^3n^5$

n) $3n^6+27n^{10}+18n^8$

ñ) $\frac{1}{25}x^6a^2+\frac{1}{4}b^2y^6+\frac{1}{5}abx^3y^3$

o) $27x^6z^3+135x^4z^9+$
$+225x^2z^{15}+125z^{21}$

p) $b^3x^3-6b^4x^3+12b^5x^3-8x^3b^6$

q) $\frac{27}{64}j^3-\frac{45}{16}j^2l^2+\frac{25}{4}jl^4-\frac{125}{27}l^6$

r) $-\frac{1}{8}m^3x^6+\frac{1}{2}m^4x^4y-$
$-\frac{2}{3}m^5x^2y^2+\frac{8}{27}m^6y^3$

83. a) $C=x^2-3x+19$; $R=-47x^2$

b) $C=2x+3$; $R=-14$

c) $C=4x^3-6x^2+9x-\frac{27}{2}$;
$R=0$

d) $C=x-4$; $R=0$

e) $C=2x+\frac{2}{3}$; $R=\frac{19}{3}x-\frac{5}{6}$

f) $C=x-3$; $R=0$

84. a) -4

b) 2,2

c) $-3/2$

d) 3

85. a) $2a(3b+7c-d)$

b) $3a^2b^2z(12b^3z+2a^3+b^2z^2)$

c) $-8a^2b^3c(a+b+c+d)$

d) $(7a^3x^5+11)(7a^3x^5-11)$

e) $(a-1)(b-1)$

f) $(m-2n)(3x+2y-1)$

g) $(1-3y)(2x+3y)$

h) $(am^3+b^2c^3)\cdot$
$\cdot(a^2m^6-am^3b^2c^3+b^4c^6)$

i) $(3c-2a)(3a+2m-x)$

j) $\left(z-\frac{1}{3}\right)\cdot$
$\cdot\left(z^4+\frac{z^3}{3}+\frac{z^2}{9}+\frac{z}{27}+\frac{1}{81}\right)$

k) $2(3b-5a)(2x-n+4y-3m)$

l) $(z-1)^2$

m) $\left(x^3+y\right)^2$

n) $5(x-y)^2$

ñ) $(x-3y)^3$

o) $(x+9)(z-1)$

p) $(a+b)(p+q)$

q) $\left(a^{2m}b^n+1\right)\left(a^{2m}b^n-1\right)$

r) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

s) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$

t) $(2x+b)(3m+4n-2l+3y)$

u) $\left(\sqrt{2}x^2+\sqrt{3}z^3\right)\cdot$
$\cdot\left(\sqrt{2}x^2-\sqrt{3}z^3\right)$

v) $-(x-2)^2$

w) $(c+m^2)(c^4-c^3m^2+c^2m^4-$
$-cm^6+m^8)$

x) $(d+5)(c-4)$

y) $\left(4xy-\frac{1}{2}\right)^3$

z) $\left(b+\sqrt{2}\right)^3\left(b-\sqrt{2}\right)^3$

α) $(2y^2-l^3)(16y^8+8y^6l^3+$
$+4y^4l^6+2y^2l^9+l^{12})$

β) no es factorizable

γ) $(a+b)(c+d)(m+n)$

δ) $5(4+c^2)(2+c)(2-c)$

ϵ) $m^2z^2(m+6)^2$

ζ) $(z^2+5)\left(z+\sqrt{5}\right)\left(z-\sqrt{5}\right)$

η) $(a-1)^2(a+1)$

θ) $x(5+a)(1+b)$

ι) $x(x-y)^2(1+x-y)$

κ) $(1+2x^2)\left(1+\sqrt{2}x\right)\cdot$
$\cdot\left(1-\sqrt{2}x\right)$

λ) $(x+3)^2(x-3)^2$

μ) no es factorizable

ν) $a^2b^4(2-b)^2$

ξ) $3x^7y^7(x+2y)(x-2y)$

o) $2(x-1)(x^2+x+1)(a+3b)$

π) $(a^2+4)(a+2)(a-2)$

ρ) $\left(\frac{a^2}{16}+100x^8\right)\left(\frac{a}{4}+10x^4\right)\cdot$
$\cdot\left(\frac{a}{4}-10x^4\right)$

σ) $(9+x^4)(3+x^2)\left(\sqrt{3}+x\right)\cdot$
$\cdot\left(\sqrt{3}-x\right)$

τ) $c(x+y)(x^2-xy+y^2)(a^4+b^8)$

υ) $(x+2y)(x-2y)(3a+b)^2$

ϕ) $(a^2+b)(a^2-b)(x+1)(x^2-x+1)$

χ) $(10+a^4)\left(\sqrt{10}+a^2\right)\cdot$
$\cdot\left(10^{1/4}+a\right)\left(10^{1/4}-a\right)$

ψ) $3x^3(4y^2+9z^4)(2y+3z^2)\cdot$
$\cdot(2y-3z^2)$

ω) $8p(2+q^4)(\sqrt{2}+q^2)\cdot$
$\cdot\left(2^{1/4}+q\right)\left(2^{1/4}-q\right)$

A) $(a^2+b)(a^2-b)(x+1)(x^2-x+1)$

B) $(9+c^2)(3+c)(3-c)(1-x)\cdot$
$\cdot(1+y)$

C) $(1-a)(1-b)(1-c)(1+c)\cdot$
$\cdot(1+c+c^2)(1-c+c^2)$

D) $(a-1)^2(a+1)(a^2+a+1)$

E) $(a+x)(a^2-ax+x^2)(x^2-y)^2$

86. a) 1

b) $b-a$

c) -1

d) $\frac{3}{4}(x-2)$

e) $\dfrac{6x}{5a}$

f) $\dfrac{a-5x}{5a-x}$

g) 0

h) $\dfrac{a+1}{a-1}$

i) $x+y$

j) $\dfrac{y-3}{m+1}$

k) $\dfrac{a+x}{a-x}$

l) $\dfrac{y^2-1}{x^2-1}$

m) $\dfrac{n+1}{n+2}$

n) $\dfrac{y+1}{y-1}$

ñ) $\dfrac{1}{a+b}$

o) $\dfrac{x-y}{2}$

p) $\dfrac{2}{ab}$

q) x/y

r) $\dfrac{y^3}{y-1}$

s) $-2/a$

t) $-1/b$

u) $\dfrac{x-y}{y^2}$

v) $\dfrac{2}{a+x}$

w) $\dfrac{8x}{x^2-4}$

x) 0

y) 1

z) $1/x$

α) $\dfrac{1}{2-x}$

β) $-\dfrac{c}{a+4}$

γ) $-\dfrac{a+2x}{3a}$
δ) 1
ϵ) b/a
ζ) $\dfrac{a-b+1}{a-b-1}$
η) 1
θ) $\dfrac{b(b+1)}{a}$
ι) $\dfrac{b}{a-b}$
κ) 0
λ) $\dfrac{m^2+n^2}{(m-n)^2}$
μ) 2
ν) $\dfrac{a^2-b^2+1}{a^2-b^2+2}$
ξ) $2-a$
o) $\dfrac{18}{a-2}$
π) $\dfrac{x-y-z}{z-x-y}$
ρ) $\dfrac{c}{a-b}$
σ) 1

87. a) $\sqrt{x+2}$
b) $a^{2/3}b^{1/5}$
c) $a-b$
d) 1
e) x
f) $\sqrt{z}$
g) $\sqrt{x^2-y^2}$
h) $\frac{1}{2}\sqrt{\log_3 x}$
i) 1
j) 1
k) 0
l) $\operatorname{sen} x$ si $0 \leqslant x \leqslant \pi$; $-\operatorname{sen} x$ si $\pi < x < 2\pi$
m) 1
n) 1 si $x > 0$; -1 si $x < 0$
ñ) 1
o) 1 si $x > 1$; -1 si $x < 1$
p) -1
q) $(x+3)^{-1/3}$
r) -2 si $x \geqslant -1$; $2x$ si $x < -1$
s) x^7 si $x \geqslant 0$; $-x^7$ si $x < 0$

88. a) $-4+4\,\mathrm{i}$
b) $-1+3\,\mathrm{i}$
c) $-2+0{,}5\,\mathrm{i}$
d) $0{,}8+0{,}2\,\mathrm{i}$
e) $5/2-23\,\mathrm{i}/4$
f) $-11/2$
g) $1+5\sqrt{2}\,\mathrm{i}/2$
h) $-5/2-5\,\mathrm{i}/2$
i) $19/10+\mathrm{i}/5$
j) $-1+\mathrm{i}$
k) i
l) $1/3-2\sqrt{2}\,\mathrm{i}/3$

89. a) $3-4\,\mathrm{i}$
b) $\sqrt{2}$
c) $-1-\mathrm{i}$
d) $\sqrt{5}/5$
e) $2/5+\mathrm{i}/5$
f) $2/5+\mathrm{i}/5$
g) $2\sqrt{5}/3$
h) 3
i) $\sqrt{3}/3$
j) $\sqrt{3}/3$
k) 6
l) $-8+\mathrm{i}$
m) -3
n) 3

90. a) $-\mathrm{i}$
b) $-0{,}09$
c) $-\mathrm{i}$
d) $-\mathrm{i}$
e) $-\mathrm{i}$
f) $-\mathrm{i}$
g) $-9/4$
h) -5
i) -4
j) -12
k) $\pm 4\,\mathrm{i}$
l) $\pm 6\,\mathrm{i}$
m) $-1/2+11\,\mathrm{i}/4$
n) $-15/4+2\,\mathrm{i}$
ñ) 1
o) 1
p) $-1-2\sqrt{6}\,\mathrm{i}$
q) $-2+11\,\mathrm{i}$
r) $-\mathrm{i}$
s) $-7/50+\mathrm{i}/50$
t) 1
u) $3/5-\mathrm{i}/5$
v) $8/13-\mathrm{i}/13$
w) $3+3\,\mathrm{i}$
x) 1
y) $\sqrt{10}/2$
z) $-\mathrm{i}$
α) 0
β) $-\sqrt{b}\,\mathrm{i}$
γ) i
δ) $a-b$
ϵ) $16\,\mathrm{i}$
ζ) 8
η) $-\mathrm{i}$
θ) $-4/5$
ι) $-14\,\mathrm{i}$
κ) 4
λ) 3
μ) $1+\mathrm{i}$
ν) $1/2-5\,\mathrm{i}/4$
ξ) -7
o) $-1-3\,\mathrm{i}$
π) $3-\mathrm{i}$
ρ) $1-2\,\mathrm{i}$
σ) $-\sqrt{2}$
τ) $-3-11\,\mathrm{i}$
υ) $4+3\,\mathrm{i}$
ϕ) -2
χ) $\cos(2x)+\mathrm{i}\operatorname{sen}(2x)$
ψ) 1
ω) $2-2\,\mathrm{i}$
A) i
B) i
C) $-\mathrm{i}$
D) 1
E) 1

91. a) $x=5/3$
b) $x=7$
c) $x=7/3$
d) $x=-6$
e) $x=8$
f) $x=0$
g) $x=4$
h) $x=10$
i) $x=6$
j) $x=21$
k) $x=1/13$
l) $x=11/12$
m) $x=2$
n) $x=1/2$

92. a) $x=1$
b) $x=0$
c) $x=-a/2$
d) $x=a^2+1$
e) $x=6-a/3$
f) $x=a$
g) $x=ab$
h) $x=n+1$

93. a) 75
b) -16000
c) $3/2$
d) $-15/4$

e) 7
f) \$2400
g) 2 años
h) 1749 estampillas
i) 9 cm
j) $\nexists$ solución
k) 5 canillas
l) 4146,9 m
m) 45 naranjas
n) 16 m

94. a) $x = 1$
b) $x_{1,2} = \pm 1$
c) $x = -1$
d) $x = 3/4$

95. a) $x = 1$; $y = 3$
b) $x = 5/2$; $y = 1/2$
c) $x = 5$; $y = -3$
d) indeterminado
e) $x = -3/4$; $y = -3/4$
f) $x = 2$; $y = -1$
g) $x = 3$; $y = 2$
h) $x = 18$; $y = 12$
i) incompatible
j) $x = 0$; $y = 1$

96. a) $x = -4$; $y = -1$; $z = -6$
b) $x = 1$; $y = 2$; $z = 3$
c) $x = 39$; $y = 21$; $z = 12$
d) $x = 20$; $y = 30$; $z = 40$
e) $i = 1$; $h = 2$; $j = -1$
f) $a = 4$; $m = 5$; $z = 3$

97. a) $x = 5/(a + 1)$; $y = 5/(a + 1)$
b) $x = -3a - 1$; $y = -2$
c) $x = a^2 b$; $y = ab^2$
d) $x = 0$; $y = 1/b$; $z = 0$

98. a) $A = 1/2$; $B = -1/2$
b) $A = -1/2$; $B = 3/2$

99. a) incompatible
b) determinado
c) indeterminado
d) indeterminado

100. a) $k = -1$: incompatible; $k \neq -1$: determinado
b) $k = 2$: indeterminado; $k = -2$: incompatible; $k \neq \pm 2$: determinado
c) $k = \pm 4$: indeterminado; $k \neq \pm 4$: determinado
d) determinado $\forall\, k$

101. a) $p = 48$ años; $h = 24$ años
b) $l = 5$ m; $a = 3$ m
c) y =\$1,1/kg; a =\$3,4/kg
d) $\nexists$
e) p =\$960000; s =\$220000; t =\$260000
f) p =\$8; s =\$12; t =\$5; c =\$20
g) 3 de \$10 y 20 de \$1
h) l =\$110; r =\$55
i) $G = 3$ ojos; $C = 5$ ojos
j) $A = 30$ km; $B = 20$ km
k) $d = 19$ hombres; $n = 12$ hombres

102. a) $x_1 = 1/2$; $x_2 = 1/3$
b) $x_1 = -1$; $x_2 = 1/6$
c) $x_{1,2} = 0$
d) $x_{1,2} = \pm 5\,\mathrm{i}$
e) $x_{1,2} = -1/2 \pm \mathrm{i}$
f) $x_{1,2} = \left(3 \pm \sqrt{5}\right)/2$
g) $x_{1,2} = \pm 6\,\mathrm{i}$
h) $x_1 = 0$; $x_2 = 9/4$
i) $x_{1,2} = -5 \pm \mathrm{i}$
j) $x_1 = -1$; $x_2 = 3$
k) $x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{7}\,\mathrm{i}$

103. a) reales distintas
b) reales distintas
c) complejas
d) reales iguales

104. a) $k_{1,2} = \pm 30$
b) $k_1 = 1$; $k_2 = 9$
c) $k_{1,2} = \pm\sqrt{2}$; $k_{3,4} = \pm 2\sqrt{2}$
d) cualquier $k \in \mathbb{R}$

105. a) 3; 4; 5
b) -2
c) 5; -8
d) 25; -27
e) 9
f) 0; -1
g) 16
h) 0; 24
i) -2; 0
j) $6, 8$ y 10; $-10, -8$ y -6
k) 12 cm; 9 cm
l) 12 cm
m) -5; -9
n) -5; 10
ñ) $\nexists$ solución
o) 2; 5
p) 8; $1/4$
q) $l = 15$ m; $a = 5$ m
r) $m = 68$ mm; $h = 51$ mm
s) 42; 24
t) 6 cm; 3,5 cm
u) 7
v) 5; 7
w) $l = 40$ cm; $a = 30$ cm; $h = 24$ cm
x) $c = 9$; $C = 12$; $h = 15$
y) en un rectángulo cuyos lados estén a 5,42 m del borde del terreno
z) m; m
α) 12,5 cm
β) 10 cm; 15 cm

106. a) $x^2 + 3x + 2 = 0$
b) $x^2 - 6x + 10 = 0$
c) $10x^2 - 19x + 6 = 0$
d) $4x^2 + 3x = 0$

107. a) $(x - 3)(x - 2)$
b) $(x + 6)(x + 7)$
c) $3(x + 1/2)(x - 1)$
d) $(x + 3)(4 - x)$
e) $(x + 1)(x + 2)(y + 1)(y + 2)$
f) $a^2(x - 2)(x - 1)$
g) $(a - b)(a + b)(x - 5)(x + 4)$

108. a) $x_{1,2} = \pm 3$; $x_{3,4} = \pm 1/2$
b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$; $x_{3,4} = \pm\,\mathrm{i}$
c) $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm 2\,\mathrm{i}$
d) $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm 1/2$
e) $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm\,\mathrm{i}$
f) $x_{1,2,3,4} = 0$

109. a) $x = -1$
b) $x = 2$
c) $x = 0$
d) $x = -1$
e) $x = 1$
f) $x = 20$
g) $x = 5$
h) $x_1 = 0$; $x_2 = 2$
i) $x_{1,2} = \pm 2$; $x_3 = -1$
j) $\nexists$ solución
k) $\nexists$ solución
l) $x = 0$
m) $\nexists$ solución
n) $x = -24$
ñ) $x_1 = -1$; $x_2 = -44$
o) $x = -1/2$
p) $x = 0$
q) $x = -3$
r) $x = 2$
s) $x_{1,2} = \pm 1$
t) $x = -1$
u) $x = 1$
v) $x = -2$
w) $x = 2/3$
x) $\nexists$ solución

110. a) $x = m^2/a$
b) $x = a$

111. a) $x = 4$

b) $x = 4$
c) $x = 3$
d) $x_1 = 0$; $x_2 = 1$
e) $x = 9$
f) $x_{1,2} = \pm 4$
g) $x_{1,2} = \pm 2$
h) $\nexists$ solución
i) $x = 3$
j) $\nexists$ solución
k) $x = 5$
l) $x_{1,2} = \pm 3$
m) $x = 9$
n) $x_{1,2} = \pm 2$

112. a) $x = 2$
b) $x = -0{,}07395$
c) $x = 4$
d) $x = 2{,}438$
e) $x = 1258{,}93$
f) $x = 3$
g) $x = 10^{1000}$
h) $x = 10^{-1000}$
i) $x = 2{,}556$
j) $x_1 = 1$; $x_2 = 2$
k) $x = 1/\sqrt{2}$
l) $x = \sqrt[5]{5}$
m) $x_1 = 2$; $x_2 = 3$
n) $x = 3$

113. a) $d = 100$ pc
b) $I = 7{,}194 \times 10^{-12}$ W/m^2

114. a) V
b) V
c) F
d) V
e) V
f) V
g) F
h) V
i) V
j) V
k) V
l) F
m) V
n) V
ñ) V
o) V
p) F
q) V
r) V
s) V
t) V

115. a) $x_1 = 30°$; $x_2 = 150°$; $x_3 = 210°$; $x_4 = 330°$
b) $x_1 = 0°$; $x_2 = 180°$
c) $x_1 = 30°$; $x_2 = 150°$; $x_3 = 210°$; $x_4 = 330°$
d) $\nexists$ solución
e) $x_1 = 0°$; $x_2 = 180°$
f) $\alpha_1 = 30°$; $\alpha_2 = 150°$
g) $x = 270°$
h) $x_1 = 30°$; $x_2 = 330°$
i) $x = 0°$
j) $x_1 = 60°$; $x_2 = 300°$
k) $\alpha_1 = 0°$; $\alpha_2 = 180°$
l) $x = 0°$
m) $\alpha_1 = 45°$; $\alpha_2 = 135°$; $\alpha_3 = 225°$; $\alpha_4 = 315°$
n) $x_1 = 30°$; $x_2 = 90°$; $x_3 = 150°$; $x_4 = 270°$
ñ) $\alpha_1 = 0°$; $\alpha_2 = 180°$
o) $x_1 = 30°$; $x_2 = 150°$; $x_3 = 270°$
p) $x_1 = 45°$; $x_2 = 225°$
q) $x_1 = 45°$; $x_2 = 135°$; $x_3 = 225°$; $x_4 = 315°$
r) $x_1 = 60°$; $x_2 = 120°$; $x_3 = 240°$; $x_4 = 300°$
s) $x_1 = 30°$; $x_2 = 150°$; $x_3 = 210°$; $x_4 = 330°$
t) $x_1 = 60°$; $x_2 = 120°$; $x_3 = 240°$; $x_4 = 300°$
u) $x_1 = 90°$; $x_2 = 120°$; $x_3 = 240°$; $x_4 = 270°$
v) $x_1 = 0°$; $x_2 = 120°$; $x_3 = 180°$; $x_4 = 240°$
w) $\alpha_1 = 60°$; $\alpha_2 = 120°$; $\alpha_3 = 240°$; $\alpha_4 = 300°$
x) $x_1 = 90°$; $x_2 = 210°$; $x_3 = 330°$
y) $x_1 = 0°$; $x_2 = 90°$; $x_3 = 180°$; $x_4 = 270°$
z) $\nexists$ solución
α) $x = 0°$
β) $x = 0°$
γ) $x_1 = 165°$; $x_2 = 345°$
δ) $x_1 = 90°$; $x_2 = 210°$; $x_3 = 270°$; $x_4 = 330°$
ϵ) $x_1 = 135°$; $x_2 = 315°$

116. a) 3,39 m
b) 20,33 ha
c) 12 m
d) 34,35 m^2
e) 2518,88 cm^3
f) $h = 2{,}77$ cm; $S = 106{,}55$ cm^2
g) 4357,29 m^2

117. a) $B = 61°44'40''$; $c = 634{,}93$ m; $b = 559{,}81$ m
b) $\nexists$
c) $A = 56°12'33\rlap{.}''47$; $B = 45°0'36\rlap{.}''28$; $C = 78°46'50\rlap{.}''25$
d) $c = 8{,}19$ m; $A = 47°47'1\rlap{.}''14$; $B = 72°12'58\rlap{.}''86$
e) $A_1 = 64°17'36\rlap{.}''54$; $C_1 = 75°57'23\rlap{.}''46$; $c_1 = 33{,}38$ cm; $A_2 = 115°42'23\rlap{.}''46$; $C_2 = 24°32'36\rlap{.}''54$; $c_2 = 14{,}29$ cm
f) $r = 5{,}89\ \mu$m; $P = 1{,}534$; $Q = 0{,}608$
g) $\nexists$
h) $C = 105°$; $a = 1{,}83$ cm; $b = 1{,}29$ cm
i) $C = \pi/2$; $b = 1/\sqrt{3}$; $c = 2/\sqrt{3}$
j) $A = 38°11'5''$; $b = 2352{,}63$ m; $c = 1243{,}98$ m
k) $A_1 = 50°10'12\rlap{.}''9$; $C_1 = 96°33'47\rlap{.}''1$; $c_1 = 9{,}06$ km; $A_2 = 129°49'47\rlap{.}''1$; $C_2 = 16°54'12\rlap{.}''9$; $c_2 = 2{,}65$ km
l) $A = 36°52'11\rlap{.}''63$; $B = 53°7'48\rlap{.}''37$; $C = 90°$

118. a) $16°33'35\rlap{.}''47$; $143°26'24\rlap{.}''53$; 20,9 m
b) $36°20'9\rlap{.}''81$; $26°23'3\rlap{.}''59$; $117°16'46\rlap{.}''61$
c) 4,86 mm; 0,91036; 1,73123
d) 27,32 m
e) $77°21'51\rlap{.}''75$
f) $\sqrt{37}$ cm; $\sqrt{13}$ cm
g) $PA = 2{,}611$ km; $PB = 1{,}786$ km
h) $AC = 5$ m; $BC = 5\sqrt{3}$ m
i) $M = 104°28'39\rlap{.}''04$; $G = 28°57'18\rlap{.}''09$; $C = 46°34'2\rlap{.}''87$
j) 13,748 km
k) 29,25 m
l) 1113,45 m
m) $115°1'54\rlap{.}''54$
n) 9257,57 m

ñ) f = 53,02 m; b = 38,11 m
o) 90 cipreses
p) $1°2'10,''06$
q) 42,03 m
r) 2506,09 m
s) 2610,2 m
t) —

119. a) V
b) F
c) F
d) F

120. a) $p > 5$; $p \in (5\,,\infty)$
b) $x > 11$; $x \in (11\,,\infty)$
c) $\nexists$ solución; $x \in \{\}$
d) $-\infty < x < \infty$; $x \in \mathbb{R}$
e) $x < 5/3$; $x \in (-\infty\,,5/3)$
f) $x \geqslant -5$; $x \in [-5\,,\infty)$
g) $x \leqslant -1$; $x \in (-\infty\,,-1]$
h) $x \geqslant -6$; $x \in [-6\,,\infty)$
i) $x < 0 \vee x > 1$; $x \in \mathbb{R}-[0\,,1]$
j) $0 < x < 1/3$; $x \in (0\,,1/3)$
k) $x < 0 \vee x > 1$;
$x \in (-\infty\,,0) \cup (1\,,\infty)$
l) $x < 0$; $x \in \mathbb{R}^-$

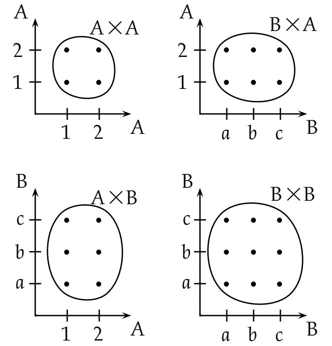
121. a) $x < 0 \vee x > 0$; $x \in \mathbb{R} - \{0\}$
b) $-6 \leqslant x \leqslant 6$; $x \in [-6\,,6]$
c) $\nexists$ solución; $x \in \emptyset$
d) $-3 \leqslant x \leqslant 13$; $x \in [-3\,,13]$
e) $x \leqslant 4/5$; $x \in (-\infty\,,4/5]$
f) $-2 < x < 4$; $x \in (-2\,,4)$
g) $x \leqslant -2 \vee x \geqslant 10/3$;
$x \in (-\infty\,,-2] \cup [10/3\,,\infty)$
h) $-3/2 \leqslant x \leqslant 5/2$;
$x \in [-3/2\,,5/2]$
i) $x \leqslant -3 \vee x \geqslant -1$;
$x \in \mathbb{R} - (-3\,,-1)$
j) $x \leqslant 1/2$; $x \in (-\infty\,,1/2]$
k) $x < -1$; $x \in (-\infty\,,-1)$
l) $x \leqslant -6 \vee x \geqslant 2$;
$x \in \mathbb{R} - (-6\,,2)$
m) $-2 < x < 4$; $x \in (-2\,,4)$
n) $x < -2 \vee x > 2$;
$x \in (-\infty\,,-2) \cup (2\,,\infty)$
ñ) $x \leqslant -2 \vee x \geqslant -2/3$;
$x \in \mathbb{R} - (-2\,,-2/3)$
o) $x < -3 \vee x > 3$;
$x \in (-\infty\,,-3) \cup (3\,,\infty)$

122. —

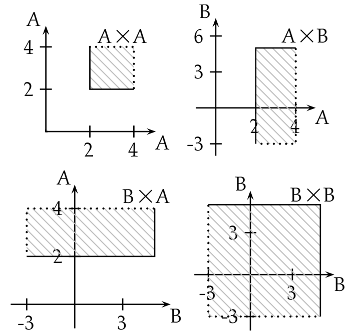
123. a) $94 \leqslant x \leqslant 99,\ x \in \mathbb{N}$
b) 1 año
c) 9 horas

124. —

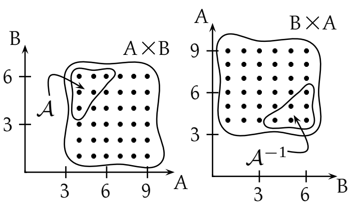
125. $A \times A = \{(1\,,1)\,,(1\,,2)\,,(2\,,1)\,,(2\,,2)\}$; $A \times B = \{(1\,,a)\,,(1\,,b)\,,(1\,,c)\,,(2\,,a)\,,(2\,,b)\,,(2\,,c)\}$; $B \times A = \{(a\,,1)\,,(a\,,2)\,,(b\,,1)\,,(b\,,2)\,,(c\,,1)\,,(c\,,2)\}$; $B \times B = \{(a\,,a)\,,(a\,,b)\,,(a\,,c)\,,(b\,,a)\,,(b\,,b)\,,(b\,,c)\,,(c\,,a)\,,(c\,,b)\,,(c\,,c)\}$



126.



127. $\mathcal{A} = \{(4\,,4)\,,(4\,,5)\,,(4\,,6)\,,(5\,,5)\,,(5\,,6)\,,(6\,,6)\}$; $\mathcal{A}^{-1} = \{(x\,,y) \mid x \in B,\ y \in A,\ x \geqslant y\} = \{(4\,,4)\,,(5\,,4)\,,(6\,,4)\,,(5\,,5)\,,(6\,,5)\,,(6\,,6)\}$



128. $\mathcal{B} = \{(-1\,,-2)\,,(0\,,0)\,,(1\,,2)\}$; $\mathrm{Im}(\mathcal{B}) = \{-2\,,0\,,2\}$

129. $\mathcal{A}^{-1} = \{(x\,,y) \mid x \in B,\ y \in A,\ x < y\} = \{(2\,,3)\,,(2\,,4)\,,(3\,,4)\}$

130. $\mathcal{A}^{-1} = \{(1\,,1)\,,(5\,,3)\,,(9\,,5)\}$

131. $\mathcal{T} = \{\}$

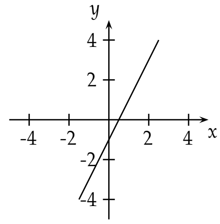
132. i) $3 \in A$ no es primer elemento de ningún par ordenado de $\mathcal{A}$; ii) $1 \in A$ y $2 \in A$ son primeros elementos de más de un par ordenado de $\mathcal{A}$

133. $\mathcal{A} = \{(2\,,1)\,,(4\,,1)\,,(6\,,1)\,,(8\,,1)\}$; es función

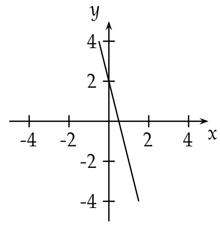
134. es función; $\mathrm{Im}(\mathcal{D}) = \{0\,,1\}$

135. a) $\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{Q}$
b) $\mathbb{Z}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}$
c) $\mathbb{Z}$; $\mathbb{R}$; $\{1\}$
d) $\mathbb{N}$; $\mathbb{N}$; $\{x \mid x = 2k,\ k \in \mathbb{N}\}$

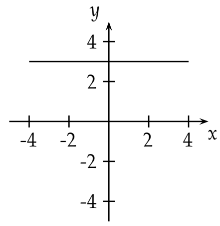
136. a)



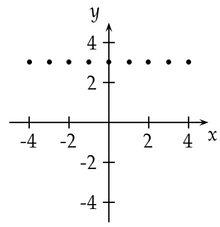
b)



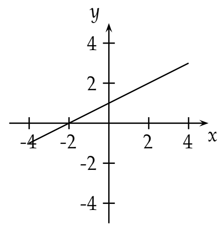
c)



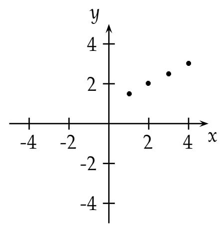
d)



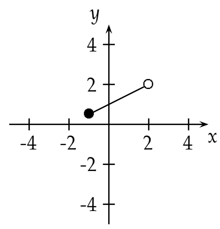
e)



f)



g)



h) no es función

137. a) $(0\,,4)$; $(-4/3\,,0)$
 b) $(0\,,3)$; $(6\,,0)$
 c) $(0\,,0)$; $(0\,,0)$
 d) $(0\,,a)$; $\nexists$ raíz

138. a) $y=-3x/2+7/2$
 b) $y=6x+10$
 c) $y=-5x/3$
 d) $y=-1$

139. a) $y=3x-5$
 b) $y=-x+\sqrt{2}+\pi$
 c) $y=0$
 d) $y=\mathrm{e}x$

140. $y=-x+3$

141. $y=x/2+5/6$

142. $y=-2x-2$; $(0\,,-2)$; $(-1\,,0)$; $m=-2$

143. $y=2$

144. 2

145. $y=x/2+1$

146. $y=-x+7/2$

147. $93^\circ 34' 34{,}''8$

148. $y=-x/2+3$

149. $y=4x/3+11/3$

150. $y=-x/3+3$

151. $y=-x/2+2$

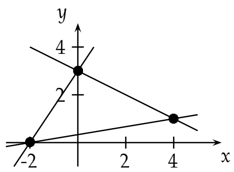
152. $y=\sqrt{3}x$

153. $y=\sqrt{3}x/3-\sqrt{3}/3+3$

154. $(3/5\,,-9/5)$

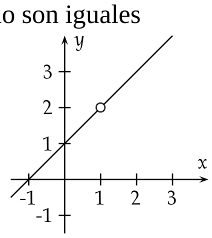
155. 0

156. $(0\,,3)$; $(4\,,1)$; $(-2\,,0)$

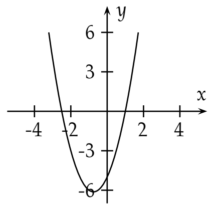


157. un par tiene $m=2$, el otro $m=1/4$, y no son coincidentes; $y=3x/5-2/5$; $y=-x/3+1$; las diagonales se cruzan a $\sqrt{34}/2$ de los extremos de la mayor y a $\sqrt{10}/2$ de los de la menor

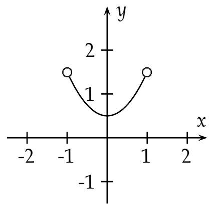
158. $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$; $\mathrm{Dom}(g)=\mathbb{R}-\{1\}$ $\therefore$ no son iguales



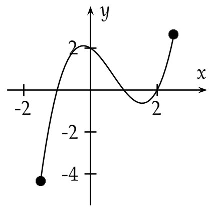
159. a)



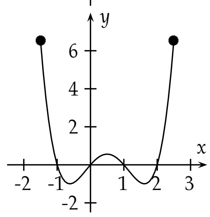
b)



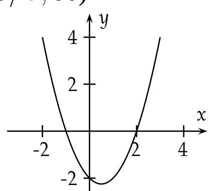
c)



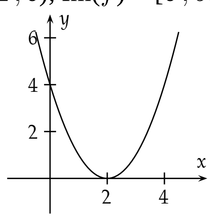
d)



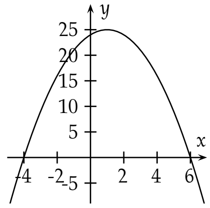
160. a) $(0\,,-2)$; $(2\,,0)$; $(-1\,,0)$; $V(1/2\,,-9/4)$; $\mathrm{Im}(f)=[-9/4\,,\infty)$



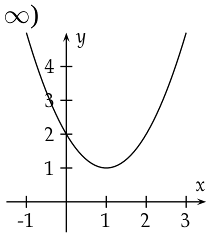
b) $(0\,,4)$; $(2\,,0)$; $(2\,,0)$; $V(2\,,0)$; $\mathrm{Im}(f)=[0\,,\infty)$



c) $(0\,,24)$; $(-4\,,0)$; $(6\,,0)$; $V(1\,,25)$; $\mathrm{Im}(f)=(-\infty\,,25]$



d) $(0\,,2)$; $\nexists$ intersección con el eje x; $V(1\,,1)$; $\mathrm{Im}(f)=[1\,,\infty)$



161. $(7\,,7)$

162. $(1/2\,,1/2)$

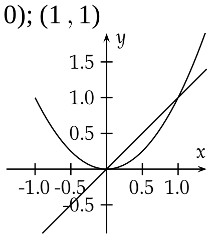
163. $(0\,,-1)$

164. $b_{1,2}=\pm 2\sqrt{3}$

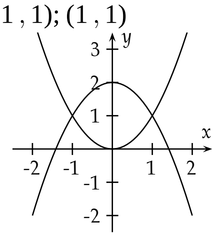
165. $b\in(-\infty\,,-4]\cup[4\,,\infty)$

166. $f(x)=x^2+x+1$

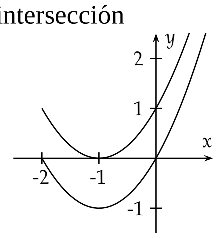
167. a) $(0\,,0)$; $(1\,,1)$



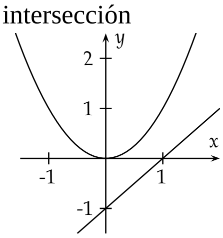
b) $(-1\,,1)$; $(1\,,1)$



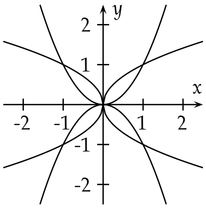
c) $\nexists$ intersección



d) $\nexists$ intersección

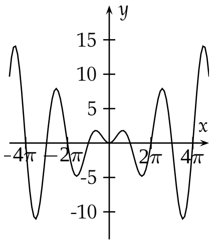


168. $\mathrm{D}(x^2)=\mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(x^2)=\mathbb{R}^+\cup\{0\}$; $\mathrm{D}(-x^2)=\mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(-x^2)=\mathbb{R}^-\cup\{0\}$; $\mathrm{D}(\sqrt{x})=\mathbb{R}^+\cup\{0\}$; $\mathrm{Im}(\sqrt{x})=\mathbb{R}^+\cup\{0\}$; $\mathrm{D}(-\sqrt{x})=\mathbb{R}^+\cup\{0\}$; $\mathrm{Im}(-\sqrt{x})=\mathbb{R}^-\cup\{0\}$; $\mathrm{D}(\sqrt{-x})=\mathbb{R}^-\cup\{0\}$; $\mathrm{Im}(\sqrt{-x})=\mathbb{R}^+\cup\{0\}$; $\mathrm{D}(-\sqrt{-x})=\mathbb{R}^-\cup\{0\}$; $\mathrm{Im}(-\sqrt{-x})=\mathbb{R}^-\cup\{0\}$

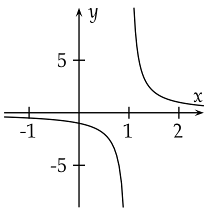


169. a) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}^+$; $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$
b) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}^+ - \{1\}$
c) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}^+$
d) $\mathrm{D}(f) = (1\,,\infty)$; $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$
e) $\mathrm{D}(f) = [-3\,,\infty)$; $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}^+ + \{0\}$
f) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$
g) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$
h) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(f) = [1\,,\infty)$
i) $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$; $\mathrm{Im}(f) = [-1\,,1]$
j) $\mathrm{D}(f) = [-1\,,1]$; $\mathrm{Im}(f) = [-\pi/4\,,3\pi/4]$

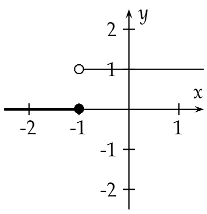
170. a)



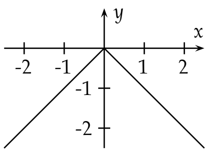
b)



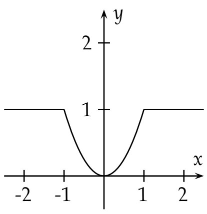
c)



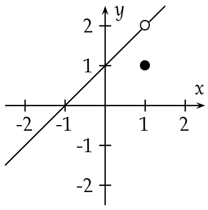
d)



e)



f)



171. $(3\,,-3\,,-7)$
172. $\sqrt{14}$
173. $A_3 = \pm 12$
174. $A_1 = A_2 = A_3 = 1 \vee A_1 = A_2 = A_3 = -1$
175. $A_x = 0$
176. a) $(-1/4\,,\sqrt{3}/4\,,\sqrt{3}/2)$
b) $(0{,}581\,,-0{,}861\,,4{,}891)$
c) $(1/2\,,1/2\,,1/\sqrt{2})$
d) $(-5\sqrt{3}\,,0\,,-5)$
e) $(2\,,0\,,0)$
f) $(0\,,0\,,-3)$
177. $A_x = \sqrt{3}$; $A_y = 1$; $A_z = 0$
178. a) $\theta = 54{,}^{\circ}74$; $\varphi = 45^\circ$
b) $\theta = 125{,}^{\circ}26$; $\varphi = 45^\circ$
c) $\theta = 54{,}^{\circ}74$; $\varphi = 315^\circ$
d) $\theta = 125{,}^{\circ}26$; $\varphi = 315^\circ$
e) $\theta = 54{,}^{\circ}74$; $\varphi = 135^\circ$
f) $\theta = 125{,}^{\circ}26$; $\varphi = 135^\circ$
g) $\theta = 54{,}^{\circ}74$; $\varphi = 225^\circ$
h) $\theta = 125{,}^{\circ}26$; $\varphi = 225^\circ$
179. $\theta = 90^\circ$; $\varphi = 315^\circ$
180. $\theta = 0^\circ \vee 180^\circ$; φ indeterminado
181. a) $(12\,,-6\,,-6)$
b) $(-1\,,1\,,0)$
c) $(-19\,,9\,,11)$
d) $(20\,,-4\,,-18)$
182. a) -8; $130{,}^{\circ}14$
b) -11; $108{,}^{\circ}16$
c) 14; $58{,}^{\circ}05$
d) -18; 180°
e) 0; 90°
f) 10; 0°
183. a) 8
b) 8
184. —
185. —
186. —
187. los paralelogramos con diagonales ortogonales son rombos
188. a) $(-8\,,-4\,,-5)$
b) $(5\,,-2\,,9)$
c) $(0\,,0\,,0)$
d) $(0\,,0\,,1)$
189. 0
190. 0
191. 14
192. $-3\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - 9\mathbf{e}_z$
193. no son perpendiculares
194. $(-4\,,-3\,,-2)$
195. -7
196. 0
197. $(99\,,-45\,,-36)$
198. $11\mathbf{e}_x - 9\mathbf{e}_y - 14\mathbf{e}_z$
199. 0
200. $-2\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z$
201. 0
202. $(3/10\,,-6\,,-3)$
203. -3
204. $6/5$
205. 3
206. $(-12\,,15\,,9)$